

Вариант 1

1. Упростить выражение

$$\frac{1}{a^2 + 5a + 6} + \frac{a}{a^2 + 6a + 8} + \frac{1}{a^2 + 7a + 12}.$$

2. Пусть $f(x)$ — функция вещественной переменной.

а) Закончить определение: "Функция $f(x)$ возрастает на интервале $[a, b)$, если..."

б) Доказать, что функция $f(x) = x + \frac{1}{4x}$ возрастает на интервале $[\frac{1}{2}, +\infty)$.

3. Пусть $f(x)$ — функция вещественной переменной.

а) Закончить определение: "Функция $f(x)$ называется четной, если..."

б) Доказать, что функция $f(x) = \sin x + \cos x$ не является четной функцией.

4. Найти большее из чисел $\sqrt[3]{4} + \sqrt{2}$ и 3.

5. На складе имеется неограниченный запас картофеля, расфасованного в пакеты по 3 и 13 килограммов. Докажите, что со склада можно отгрузить любое количество (в килограммах) картофеля, начиная с 24 килограммов.

6. На факультете к первой сессии было допущено 205 студентов. Из них 182 студента успешно сдали экзамен по алгебре, 173 — по анализу, и 195 — по геометрии. Найти наименьшее возможное число студентов, успешно сдавших все три экзамена.

Вариант 2

1. Упростить выражение

$$\frac{2}{x^2 + 4x + 3} + \frac{3x}{x^2 + 5x + 4} + \frac{1}{x^2 + 7x + 12}.$$

2. Пусть $f(x)$ — функция вещественной переменной.

а) Закончить определение: "Функция $f(x)$ убывает на интервале $(a, b]$, если..."

б) Доказать, что функция $f(x) = x + \frac{4}{x}$ убывает на интервале $(0, 2]$.

3. Пусть $f(x)$ — функция вещественной переменной.

а) Закончить определение: "Функция $f(x)$ называется нечетной, если..."

б) Доказать, что функция $f(x) = \sin x - \cos x$ не является нечетной функцией.

4. Найти большее из чисел $1 + \sqrt[3]{3}$ и $\sqrt{6}$.

5. Банк имеет неограниченный запас монет достоинством в 10 и 3 рубля. Докажите, что он может выдать ими без сдачи любую сумму (в рублях), начиная с 18 рублей.

6. На факультете к первой сессии было допущено 210 студентов. Из них 182 студента успешно сдали экзамен по алгебре, 178 — по анализу, и 137 — по трем экзаменам: алгебре, анализу и геометрии. Найти наибольшее возможное число студентов, успешно сдавших экзамен по геометрии.

Вариант 3

1. Упростить выражение

$$\frac{1}{a^2 + 3a + 2} + \frac{3a}{a^2 + 5a + 4} + \frac{2}{a^2 + 6a + 8}.$$

2. Пусть $f(x)$ — функция вещественной переменной.
- а) Закончить определение: "Функция $f(x)$ возрастает на интервале $[a, b)$, если..."
- б) Доказать, что функция $f(x) = x + \frac{9}{x}$ возрастает на интервале $[3, +\infty)$.
3. Пусть $f(x)$ — функция вещественной переменной.
- а) Закончить определение: "Функция $f(x)$ называется четной, если..."
- б) Доказать, что функция $f(x) = \sin x - \cos x$ не является четной функцией.
4. Найти меньшее из чисел $\sqrt{13}$ и $\sqrt[3]{4} + 2$.
5. В магазине имеется неограниченный запас конфет, расфасованных в коробки по 3 и 14 штук. Докажите, что покупатель может купить любое число конфет, начиная с 26 штук.
6. На факультете к первой сессии было допущено 202 студента. Из них 180 студентов успешно сдали экзамен по алгебре, 176 — по анализу, и 192 — по геометрии. Найти наименьшее возможное число студентов, успешно сдавших все три экзамена.

Вариант 4

1. Упростить выражение

$$\frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{2x}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6}.$$

2. Пусть $f(x)$ — функция вещественной переменной.
- а) Закончить определение: "Функция $f(x)$ убывает на интервале $(a, b]$, если..."
- б) Доказать, что функция $f(x) = x + \frac{1}{9x}$ убывает на интервале $(0, \frac{1}{3}]$.
3. Пусть $f(x)$ — функция вещественной переменной.
- а) Закончить определение: "Функция $f(x)$ называется нечетной, если..."
- б) Доказать, что функция $f(x) = \sin x + \cos x$ не является нечетной функцией.
4. Найти меньшее из чисел $\sqrt[3]{3} + 3$ и $2\sqrt{5}$.
5. В цветочном магазине имеется неограниченное количество роз в букетах по 3 и 11 штук. Докажите, что, выбирая букеты того и другого вида, можно купить любое число роз, начиная с 20 штук.
6. На факультете к первой сессии было допущено 208 студентов. Из них 176 студентов успешно сдали экзамен по алгебре, 193 — по геометрии, и 133 — по трем экзаменам: алгебре, геометрии и анализу. Найти наибольшее возможное число студентов, успешно сдавших экзамен по анализу.