

Программа курса «Введение в теорию алгоритмов» для I потока I курса ММФ НГУ 2013/2014 учебный год, I семестр

1. Введение Множества, их основные свойства и операции над ними. Некоторые основные понятия в теории множеств. Алфавиты и языки, длина слова, конкатенация слов, степени с натуральным показателем, звездочка Клини. Обсуждение свойств алгоритмических процессов.

2. Конечные автоматы Определение конечных автоматов. Их графическое изображение. Языки, распознаваемые конечными автоматами. Недетерминированные конечные автоматы. Эквивалентность конечных автоматов и недетерминированных конечных автоматов. Замкнутость конечно-автоматных языков относительно объединения, пересечения, дополнения, конкатенации и звездочки Клини. Лемма о накачивании и примеры её использования. Регулярные языки. Определение. Совпадение классов регулярных и конечно-автоматных языков.

3. Теория алгоритмов Определение машин Тьюринга и функций, вычислимых на них. Определение частично рекурсивных функций. Операторы суперпозиции, примитивной рекурсии, минимизации. Общерекурсивные функции. Вычислимые (рекурсивные) отношения и некоторые их свойства. Кодирование конечных последовательностей. Совпадение классов функций, вычислимых на машинах Тьюринга и класса частично рекурсивных функций. Тезис Чёрча. Теорема о параметризации (s-m-n-теорема). Теорема Клини о нормальной форме. Универсальные вычислимые функции. Общее понятие о нумерации. Типы нумераций. Понятие об алгоритмически разрешимых и неразрешимых проблемах. Теорема о множественности. Теорема Клини о неподвижной точке. Теорема Райса. Неразрешимость проблемы распознавания свойств функций по задающим их программам. Вычислимо перечислимые множества, их эквивалентные определения и основные свойства. Теорема о графике. Теорема Поста.

4. Введение в теорию графов Определение (неориентированного) графа. Смежность, инцидентность. Степень вершины. Лемма о рукопожатии. Дополнительный граф. Матрица смежности графа. Ориентированные графы. Ориентация дуги, полустепени захода и исхода. Подграфы, остовные и порожденные подграфы. Маршрут. Цепь, простая цепь. Свойство степеней матрицы смежности. Алгоритм Дейкстры. Циклические маршруты. Циклы, простые циклы. Достижимость для неориентированных и ориентированных графов. Связанность и компоненты связанности. Сильная связанность для ориентированных графов. Важные классы: полный (максимальное количество ребер), дерево (связанный с минимальным количеством ребер; эквивалентные определения), двудольный (характеризация Кенига двудольных графов), регулярные. Планарные. Вершинная и реберная связанность. Блоки и точки сочленения. Эйлеровы и гамильтоновы циклы. Клика и независимое множество вершин. Паросочетания в двудольных графах. Раскраски. Теорема Брукса. Теорема Хивуда. Приближенные алгоритмы раскраски. Проблема изоморфизма графов. Проблема изоморфного подграфа. Изоморфизм деревьев, код Прюфера.

Список литературы

- [1] Ю.Л.Ершов, Е.А.Палютин, Математическая логика, М., Наука, 1987.
- [2] А.Н.Мальцев, Алгоритмы и рекурсивные функции, М., Наука, 1986.
- [3] В.А.Емеличев, О.И.Мельников, В.И.Сарванов, Р.И.Тышкевич, Лекции по теории графов – М.: Наука, 1990.

Примерные темы семинаров

Введение Упражнения на базовые понятия теории множеств..

Конечные автоматы Построение конкретных автоматов, распознающих некоторые

простые языки. Доказательство автоматности и неавтоматности некоторых языков.
Построение эквивалентных детерминированных автоматов по недетерминированным.

Теория алгоритмов Построение машин Тьюринга для конкретных функций.

Доказательство примитивной рекурсивности для некоторых функций и отношений.

Машины Шёнфильда: примеры программ. Макросы и их использование.

Примеры вычислимых и перечислимых множеств.

Введение в теорию графов Примеры на основные понятия: смежность, инцидентность, степень вершины, дополнительные графы. Ориентированные графы. Примеры на понятия: подграфы, остовные и порожденные подграфы, маршрут, цепь, простая цепь. Применение алгоритма Дейкстры.

Примеры на понятия: циклические маршруты, циклы, простые циклы, достижимость, связность, компоненты связности, сильная связность. Двудольные, регулярные графы, блоки и точки сочленения, эйлеровы и гамильтоновы циклы, клики, независимые множества вершин. Алгоритмы раскраски. Коды Прюфера для изоморфизма деревьев.

Программу составил профессор, доктор физико-математических наук А.С.Морозов.