МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

УТВЕРЖДАЮ

____

«_____»__________________201__ г.

Рабочая программа дисциплины

Теория функций комплексного переменного

Направление подготовки

0101400 – Математика

010200 – Математика и компьютерные науки

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Новосибирск 2014

Аннотация рабочей программы

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» входит в Базовую часть Профессионального цикла ООП по направлениям подготовки «010100 - Математика» и «010200 – Математика и компьютерные науки», все профили подготовки. Дисциплина реализуется на Механико-математическом факультете Новосибирского государственного университета кафедрой теории функций ММФ НГУ.

Курс ставит своей целью получение студентами фундаментальных знаний по основам теории аналитических функций и прочных практических навыков для дальнейшего их использования как при решении различных проблем прикладной математики, так и в аналитической теории дифференциальных уравнений, аналитической теории чисел, теории вероятностей и др.

Данный курс знакомит студентов с основами методов теории однозначных и многозначных аналитических функций, теорией интегрирования комплекснозначных функций и основными понятиями из теории римановых поверхностей. Отмечаются тесные взаимосвязи между вещественным анализом, теории дифференциальных уравнений и комплексным анализом.

Дисциплина нацелена на формирование общекультурных компетенций ОК-7, ОК-10, ОК-14, ОК-15, профессиональных компетенций ПК-2 – ПК-10, ПК-13, ПК-14, ПК-16, ПК-26, ПК-27, ПК-29.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме контрольных, самостоятельных, индивидуальных работ, промежуточный контроль в форме дифференцированного зачета. Рубежный контроль – в форме экзамена.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 244 академических часа (из них 136 аудиторных). Программой дисциплины предусмотрены 68 часов лекционных и 68 часов практических занятий, а также 68 часа самостоятельной работы студентов. Остальное время – контроль в форме контрольных работ, коллоквиумов, дифференцированного зачета и экзамена.

1. Цели освоения дисциплины

Курс ставит своей целью получение студентами фундаментальных знаний по основам теории аналитических функций и прочных практических навыков для дальнейшего их использования как при решении различных проблем прикладной математики, так и в аналитической теории дифференциальных уравнений, аналитической теории чисел, теории вероятностей и др.

Данный курс знакомит студентов с основами метдами теории однозначных и многозначных аналитических функций, теорией интегрирования комплекснозначных функций и основными понятиями из теории римановых поверхностей. Отмечаются тесные взаимосвязи между вещественным анализом, теории дифференциальных уравнений и комплексным анализом.

Студенты, освоившие курс, в дальнейшем имеют возможность специализироваться в таких областях современной теоретической математики как геометрический анализ, теория квазиконформных отображений, многомерный комплексный анализ, теория пространств Тейхмюллера, теория обратных и некорректных задач математической физики и анализа, вещественная и комплексная гиперболическая геометрия. Кроме того, основные методы и результаты курса могут быть эффективно использованы для проведения фундаментальных исследований в области аналитической теории чисел, теории дифференциальных уравнений с частными производными, гидродинамики и механики жидкостей и газов, а также в других областях естественных наук.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» входит в Базовую часть Профессионального цикла ООП по направлению подготовки «0101400 – и информатика», все профили подготовки.

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» опирается на следующие дисциплины данной ООП:

- Математический анализ (множества на евклидовой плоскости, свойства непрерывных функций, дифференцирование и интегрирование, функции многих переменных, функциональные ряды, несобственные интегралы).
- Алгебра (свойства линейных отображений между конечномерными пространствами - основа для изучения свойств ограниченных операторов, теория евклидовых пространств, теория групп);
- Аналитическая геометрия (кривые и поверхности второго порядка);
- Дифференциальные уравнения;

Результаты освоения дисциплины «**Ошибка! Источник ссылки не найден.**» используются в следующих дисциплинах данной ООП:

- Функциональный анализ;
- Уравнения математической физики;
- Вычислительная математика;
- Теоретическая механика;
- Гидродинамика;
- Механика сплошной среды;
- Теория упругости;
- Теория вероятности и математическая статистика.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «0101400 – »:

- общекультурные компетенции: ОК-7, ОК-10, ОК-14, ОК-15;
- профессиональные компетенции: ПК-2 – ПК-10, ПК-13, ПК-14, ПК-16, ПК-26, ПК-27, ПК-29.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- иметь современное представление о месте комплексного анализа среди различных областей математики;
- знать определения используемых понятий, формулировки теорем и формулы этой дисциплины, постановки краевых задач теории функций и их решения;
- уметь доказывать все теоремы и выводить формулы курса, находить радиус сходимости степенного ряда, строить ветви простейших многозначных функций по соответствующим начальным данным, конформно отображать на канонические области некоторые области с помощью дробно-линейных, степенных (с положительным показателем) и экспоненциальной функций, функции Жуковского и косинуса; с помощью теории вычетов вычислять различные контурные интегралы, а также несобственные интегралы и интегралы в смысле главного значения по Коши;
- владеть основными приемами разложения функции в степенные ряды Тейлора и Лорана, эффективно применяя при этом общедоступные компьютерные программы.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, **244** часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекция	**Семинар**	**Самост. работа**	**Контр. работа**	**Зачет**	
4.1	Комплексные числа и основные операции над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел. Комплексная плоскость. Интерпретация Римана комплексных чисел и расширенная комплексная плоскость.	4	1	2	2	2			
4.2	Множества точек на расширенной комплексной плоскости. Понятие области. Последовательность комплексных чисел и ее предел. Критерий Коши. Ряды комплексных чисел. Абсолютно схоящиеся ряды.	4	2	2	2	2			
4.3	Понятие функции комплексного переменного. Предел функции в точке, непрерывность функции в точке, равномерная непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывной на компактном множестве функции.	4	3	2	4	3			
4.4	Функциональный ряд. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда непрерывных функций. Степенной ряд. Теорема Коши-Адамара. Радиус сходимости степенного ряда.	4	4	2	2	3			
4.5	Первая и вторая теоремы Абеля. Определение некоторых элементарных функций с помощью степенных рядов. Кривая Жордана. Гладкая и кусочно-гладкая кривые Жордана. Существование у замкнутой гладкой кривой Жордана стандартного радиуса.	4	5	2	0	1	2		**Контрольная работа**
4.6	Моногенность. Условия Коши-Римана. Формальные производные. Определение аналитической функции. Аналитичность суммы степенного ряда.	4	6	2	4	3			
4.7	Однолистные функции. Обращение функции комплексного переменного. Геометри-	4	7	2	8	5			

	ческий смысл модуля и аргумента производной. Конформное отображение. Конформность отображения, осуществляемого однолистной аналитической функцией.								
4.8	Области однолистности и обращение степенной и экспоненциальной функций. Понятие точки ветвления многозначной функции. Римановы поверхности корня и логарифма.	4	8	2	2	2			
4.9	Дробно-линейное отображение и его свойства. Общий вид дробно-линейного отображения верхней полуплоскости на едичный круг и единичного круга на себя.	4	9	2	2	2			
4.10	Определение криволинейных интегралов первого и вторго рода. Понятие интеграла от функции комплексного переменного по кривой и его основные свойства. Лемма Гурса. Теорема Коши.	4	10	2	0	1			
4.11	Обобщенная теорема Коши для односвязной и многосвязной области. Интегральная формула Коши.	4	11	2	0	1			
4.12	Интеграл типа Коши. Существование у аналитической функции производной любого порядка. Теорема Морера. Понятие неопределенного интеграла и формула Ньютона-Лейбница.	4	12	2	0	1			
4.13	Теорема Тейлора о разложении аналитической функции в степенной ряд. Внутренняя теорема единственности аналитической функции. Принцип максимума модуля аналитической функции. Нули аналитической функции. Неравенства Коши и теорема Лиувилля.	4	13	2	0	1			**Коллоквиум**
4.14	Первая и вторая теоремы Вейерштрасса о рядах аналитических функций. Принцип компактности.	4	14	2	0	1			
4.15	Гармонические функции и их свойства. восстановление аналитической функции по ее действительной части.	4	15	2	4	3			
4.16	Теорема о среднем для аналитической и гармонической функций. Принцип экстремума для гармонической функции. Интегральные формулы Шварца и Пуассона.	4	16	2	0	1			**Дифференцируемый зачет**
5.1	Теорема Лорана. Классификация изолизованных особых точек аналитической функции. Связь между нулем и полюсом функций $f(z)$ *и* $1/f(z)$.	5	1	2	4	3			
5.2	Поведение аналитической функции в окрестности изолированной особой точки, теорема Сохоцкого-Вейерштрасса. Бесконечно удаленная изолированная особая точка. Понятие аналитичности функции в бесконечно удаленной точке. Понятия целой и мероморфной функций.	5	2	2	2	2			
5.3	Понятие вычета функции относительно изолированной особой точки и его вычисление. Основная теорема о вычетах. Вычет функции относительно бесконечно удаленной изолированной особой точки. Интегральная формула Коши для внешней области.	5	3	2	6	4			
5.4	Формула логарифмического вычета. Принцип аргумента аналитической функции. Теорема Руше. Необращение в нуль производной однолистной аналитической функции.	5	4	2	2	2			
5.5	Приложение теории вычетов к вычислению интегралов, лемма Жордана.	5	5	2	15	8			
5.6	Аналитическое продолжение, понятие и методы. Понятие полной аналитической функции аналитической функции в смысле Вейерштасса. Теорема монодромии. Принцип непрерывности. Граничная теорема	5	6	2	4	5			

	единственности аналитической функции.								
5.7	Принцип симметрии Римана-Шварца. Аналитическое продолжение действительной аналитической функции действительного переменного. Принцип Шварца. Лемма Шварца.	5	7	2	0	1	2		**Контрольная работа**
5.8	Конформное отображение односвязных областей. Лемма об однолистности предела последовательности однолистных аналитических функций.	5	8	2	0	1			
5.9	Построение вспомогательной «раздувающей» функции. Теорема Римана. Соответствие границ при конформном отображении. Принцип взаимно однозначного соответствия.	5	9	2	0	1			
5.10	Задача Дирихле (первая краевая задача). Решение задачи Дирихле для круга. Существование и единственность решения задачи Дирихле для односвязной жордановой области.	5	10	2	1	1			
5.11	Построение конформного отображения жордановой области на единичный круг с помощью решения задачи Дирихле. Функция Грина и ее свойства.	5	11	2	0	1			
5.12	Задача Неймана (вторая краевая задача). Необходимое условие разрешимости задачи Неймана. Формула Дини.	5	12	2	0	1			
5.13	Интеграл в смысле главного значения по Коши. Формулы Сохоцкого-Племеля. Свойства интеграла типа Коши в замкнутой области.	5	13	2	0	1			
5.14	Понятие кусочно-аналитической функции. Нахождение кусочно-аналитической функции, имеющей конечный порядок на бесконечности, по заданному скачку.	5	14	2	0	1			
5.15	Однородная задача сопряжения и союзная с ней задача. Каноническое решение	5	15	2	0	1			
5.16	Неоднородная задача сопряжения. Задача Римана-Гильберта.	5	16	2	0	1			**Коллоквиум**
5.17	Сингулярное интегральное уравнение нормального типа. Решение характеристического уравнения.	5	17	2	0	1			
5.18	Решение уравнения, союзного с характеристическим. Три основные теоремы Нетера.	5	18	2	0	1			
				68	**68**	**68**	**4**	**36**	**Экзамен**

5. Образовательные технологии

Используется традиционная система обучения, включающая лекции и практические занятия. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, строгость, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, с целью активизации деятельности студентов.

В курсе, наряду с традиционной лекционно-семинарской формой обучения и самостоятельной работой студентов, предполагается использовать коллективную работу студентов по просчету наиболее часто встречающихся в теории ситуаций на персональных компьютерах, с использованием компьютерных программ “Mathematica” и “Maple”. Вне учебного процесса предусмотрены встречи с ведущими специалистами, активно работающими в области комплексного анализа ведущих Российских и зарубежных университетах.

Для контроля освоения студентами теоретического материала в середине каждого семестра предусмотрено проведение контрольной работы, а в конце каждого семестра предполагается проведение коллоквиума.

Цель практических занятий состоит в выработке устойчивых навыков решения основных примеров и задач дисциплины, на которых основана теория лекционного курса. Главная и определяющая особенность любого практического занятия – наличие элементов дискуссии, диалога между преподавателем и студентами и самими студентами. По курсу практических занятий рекомендуется проведение двух контрольных работ в течение каждого семестра и итогового зачета.

Для проверки уровня знаний студентов и их аттестации в конце курса предполагается проведение экзамена. При проведении аттестации по предмету студентов важно помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

6.1. Перечень задач для контрольных, самостоятельных и домашних работ содержится в учебнике: Волковысский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. *Сборник задач по теории функций комплексного переменного*. – Москва: Изд-во ФИЗМАТЛИТ, 2006.

6.2. Вопросы для коллоквиума в IV семестре:

1. Принцип масимума модуля аналитической функции.
2. Первая теорема Вейерштрасса о рядах аналитических функций.
3. Принцип компактности.

6.3. Вопросы для коллоквиума в V семестре:

1. Принцип аргумента аналитической функции.
2. Лемма об однолистности предела последовательности однолистных аналитических функций.
3. Теорема Римана.

6.2. Перечень теоретических вопросов, предлагаемых на экзамене по теории функций комплексного переменного:

БИЛЕТ 1

1. Сфера Римана. Стереографическая проекция.
2. Предельные значения интеграла типа Коши. Формулы Сохоцкого-Племеля.

БИЛЕТ 2

1. Формула Коши - Адамара.
2. Лемма Шварца и ее обобщение. Конформные автоморфизмы круга.

БИЛЕТ 3

1. Определение аналитической функции. Условия Коши - Римана.
2. Задача Неймана.

БИЛЕТ 4

1. Аналитичность суммы степенного ряда.
2. Теорема монодромии.

БИЛЕТ 5

1. Конформные отображения. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
2. Равностепенная непрерывность равномерно ограниченного семейства аналитических функций. Принцип компактности.

БИЛЕТ 6

1. Основные свойства дробно-линейных отображений.
2. Принцип взаимно-однозначного соответствия.

БИЛЕТ 7

1. Дробно-линейные отображения верхней полуплоскости и круга на круг.
2. Интегральные формулы Шварца и Пуассона.

БИЛЕТ 8

1. Функция z^n и ее обращение.
2. Интегральная формула Коши для внешней области.

БИЛЕТ 9

1. Функция e^z и ее обращение.
2. Принцип аргумента.

БИЛЕТ 10

1. Определение и основные свойства комплексного интеграла.
2. Аналитические функции действительного переменного. Принцип Шварца продолжения через аналитическую дугу.

БИЛЕТ 11

1. Лемма Гурса.
2. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.

БИЛЕТ 12

1. Теорема Коши.
2. Принцип непрерывности. Граничная теорема единственности.

БИЛЕТ 13

1. Обобщенная теорема Коши.
2. Топологическое свойство аналитической функции.

БИЛЕТ 14

1. Интегральная формула Коши.
2. Основное свойство производной однолистной аналитической функции.

БИЛЕТ 15

1. Интеграл типа Коши и его основное свойство.
2. Принцип симметрии Римана - Шварца.

БИЛЕТ 16

1. Понятие неопределенного интеграла. Теорема Морера.
2. Теорема Римана (существование в общем случае).

БИЛЕТ 17

1. Принцип максимума модуля для аналитических функций.
2. Лемма о раздутии.

БИЛЕТ 18

1. Теоремы Вейерштрасса о рядах аналитических функций.
2. Разложение на простейшие дроби функций $1/\sin^2 z$ и $\operatorname{ctg} z$.

БИЛЕТ 19

1. Понятие интеграла в смысле главного значения по Коши.
2. Теорема Римана (доказательство единственности и исключительные случаи).

БИЛЕТ 20

1. Ряд Тейлора.
2. Теорема Римана (существование в случае ограниченной области).

БИЛЕТ 21

1. Внутренняя теорема единственности для аналитических функций.
2. Основные свойства гармонических функций.

БИЛЕТ 22

1. Неравенства Коши и теорема Лиувилля.
2. Теорема о пределе последовательности однолистных аналитических функций.

БИЛЕТ 23

1. Теорема Лорана.
2. Понятие гармонической функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.

БИЛЕТ 24

1. Изолированные особые точки и их классификация.
2. Решение задачи Дирихле для единичного круга.

БИЛЕТ 25

1. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса.
2. Решение задачи Неймана для единичного круга. Формула Дини.

БИЛЕТ 26

1. Вычет аналитической функции относительно изолированной особой точки.
2. Выражение решения задачи Дирихле через функцию Грина.

БИЛЕТ 27

1. Основная теорема о вычетах.
2. Однородная задача сопряжения.

БИЛЕТ 28

1. Вычисление интегралов по границе неограниченной области. Лемма Жордана.
2. Определение кусочно-аналитической функции по заданному скачку.

БИЛЕТ 29

1. Формула логарифмического вычета.
2. Неоднородная задача сопряжения.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Билута П.А. *Лекции по теории функций комплексного переменного: Учеб. пособие*. - 2-е изд., перераб. и доп. - Новосибирск: НГУ, 2005.
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. *Методы теории функций комплексного переменного* – С-Пб.: Лань, 2002.
3. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. *Сборник задач по теории функций комплексного переменного*. – М.: Наука, 2006.

б) дополнительная литература:

1. Привалов И.И. *Введение в теорию теории функций комплексного переменного*. – М.: Высшая школа, 2000.
2. Маркушевич А.И. *Краткий курс теории аналитических функций*.– М.: Мир, 2006.
3. Чуешев В.В., Чуешева Н.А.. *Справочное пособие по теории функций комплексного переменного.Часть 1.* Горно-Алтайск, РИО Горно-Алтайского госуниверситета, 2009.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

- Ноутбук, медиа-проектор, экран.
- Программное обеспечение для демонстрации слайд-презентаций.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлениям «010100 - Математика» и «010200 - Математика и компьютерные науки», все профили подготовки.

Автор: ______________________________ Кузин Денис Геннадьевич
к.ф.-м.н

Рецензент (ы) ______________________________

____

Программа одобрена на заседании ______________________________

(Наименование уполномоченного органа вуза (УМК, НМС, Ученый совет)

от ___________ года, протокол № ________