

ТЕОРИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Лектор: чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор В.Н. Касьянов

2014-2015 учебный год

1. Введение

Цепочки, языки, графы и деревья. Порождающие грамматики и распознаватели, классификация Хомского. Теорема о свойствах КЗ-грамматик. Приведение КС-грамматики к виду без ϵ -правил.

2. Регулярные множества и автоматы

Регулярные множества и выражения, конечные автоматы, теорема о детерминизации. Регулярные грамматики, теорема о свойствах регулярных множеств. Теорема о разрастании для регулярных множеств, пример не регулярного множества. Теорема о накачке, нерегулярность языка L_{eq} . Теорема о свойстве отношения эквивалентности цепочек относительно автомата. Теорема Майхилла–Нероуда.

3. КС-языки и автоматы с магазинной памятью

Деревья вывода и эквивалентные преобразования КС-грамматик, алгоритмы проверки пустоты КС-языка, удаления недостижимых и бесполезных символов. Однозначность КС-грамматик и языков, приведение КС-грамматики к нормальной форме Хомского. Теорема о разрастании для КС-языков, пример языка, не являющегося КС-языком. Теорема о замкнутости класса КС-языков относительно подстановки. Свойства замкнутости и незамкнутости класса КС-языков относительно объединения, конкатенации, итерации, позитивной итерации, пересечения и дополнения. МП-автоматы, представление языков $\{0^n 1^n: n \geq 0\}$ и $\{ww^R: w \in \{0,1\}^+\}$. Теорема о свойстве верхнего символа. Связь МП-автоматов с КС-языками. Детерминированные КС-языки и их свойства.

4. Машины Тьюринга и проблемы разрешимости

Машины Тьюринга (ТМ) и их связь с порождающими грамматики. Линейно-ограниченные автоматы и их связь с КЗ-языками. Алгоритмически неразрешимые проблемы, метод сведения, неразрешимость проблем самоприменимости, пустой ленты и проблемы Поста. Неразрешимость проблем распознавания свойств пересечения двух КС-языков и дополнения КС-языка, эквивалентности и включения для двух КС-грамматик, неоднозначности КС-грамматик.

5. Классы P и NP

Сложность алгоритмов и задач. Недетерминированные ТМ, теоремы о емкостной и временной сложности их детерминированного моделирования. Классы P и NP , полиномиальная сводимость, NP -полные и NP -трудные языки и задачи, полиномиальное преобразование оптимизационных задач к задачам распознавания свойств. Теорема Кука. NP -полнота задач о 3-выполнимости, о клике, о вершинном покрытии, о суммах подмножеств, о трехмерном сочетании и о точном покрытии 3-множествами. Методы доказательства NP -полноты. Структура класса NP , список задач из NPC и кандидаты в NPI . Класс $co-NP$.

6. Иерархии языков и задач

Многоленточные ТМ и их моделирование. Класс $P-SPACE$, примеры языка, полного для $P-SPACE$, и задачи, требующей экспоненциальной памяти. Иерархия по емкостной сложности для детерминированных ТМ. Понятие моделирования, теорема об ускорении. Существование сколь угодно сложных задач, теорема Цейтина. Техника следов и нижняя оценка сложности распознавания симметрии. Альтернирующие машины Тьюринга (АТМ) и их свойства. Полиномиальная иерархия, ее связь с АТМ. Модели вычислений РТМ, RTM и STM , класс $\#P$, примеры $\#P$ -полных задач. Гамма-сводимость и гамма-полнота. RAM с равномерным и логарифмическим критерием, ее связь с ТМ. Параллельные RAM , их классификация и свойства. Эффективные и оптимальные алгоритмы. Тезисы инвариантности и параллельного выполнения.

7. Сети Петри

Сети Петри, графы разметок, теорема о дополнительных фишках. Моделирование сетями Петри, представление блок-схем, задачи о взаимном исключении, о производителе/потребителе, об обедающих

философах, о читателях/писателях. Основные свойства сетей Петри, проблемы R -включения и R -эквивалентности. Покрывающее дерево, алгоритм проверки ограниченности сети. Полное покрывающее дерево и разрешимость проблемы ограниченности места в сети. Алгоритмы проверки t -тупиковости, безопасности, потенциальной живости, получения местом фишки, неограниченности срабатываний перехода. Проблемы достижимости и живости, сведении проблемы достижимости к проблеме живости. Сведение проблемы живости к проблеме достижимости. Языки сетей Петри, разрешимость проблемы принадлежности.

Литература

1. Ахо А., Ульман Дж. *Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции*. М.: Мир, 1978, Т. 1, 2.
2. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. *Построение и анализ вычислительных алгоритмов*. М.: Мир, 1979.
3. Гэри М.Р., Джонсон Д.С. *Вычислительные машины и труднорешаемые задачи*. М.: Мир, 1982.
4. Карпов Ю. *Теория автоматов*. СПб.: Издательский дом "Питер", 2002.
5. Касьянов В.Н. *Лекции по теории формальных языков, автоматов и сложности вычислений*. Новосибирск: НГУ, 1995.
6. Касьянов В.Н., Евстигнеев В.А. *Графы в программировании: обработка, визуализация и применение*. СПб: БХВ-Петербург, 2003.
7. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. *Алгоритмы: построение и анализ*. М.: МЦНМО, 2001.
8. Котов В.Е. *Сети Петри*. М.: Наука, 1984.
9. Питерсон Дж. *Теория сетей Петри и моделирование систем*. М.: Мир, 1984.
10. Хопкрофт Дж., Мотвани Р., Ульман Дж. *Введение в теорию автоматов, языков и вычислений*. 2-е издание. М.: Вильямс, 2002.