МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение
Высшего профессионального образования
Новосибирский государственный университет
Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

____

«_____»__________________201__ г.

Рабочая программа дисциплины

Современные методы вычислительной математики

Направление подготовки

010800 – Механика и математическое моделирование

Квалификация (степень) выпускника

Магистр

Форма обучения

Очная

Новосибирск 2014

Аннотация рабочей программы

Дисциплина «Современные методы вычислительной математики» входит в Базовую часть Профессионального цикла ООП по направлению подготовки «010800 – Механика и математическое моделирование», все профили подготовки. Дисциплина реализуется на Механико-математическом факультете Новосибирского государственного университета кафедрой Математического моделирования ММФ НГУ.

Содержание дисциплины охватывает широкий круг вопросов, связанных с разработкой и применением современных конечно-разностных методов на адаптивных сетках, с современными подходами к триангуляции областей со сложной геометрией границ, с особенностями таких бурно развивающихся в последнее время численных методов как методы контрольных объемов, фиктивных областей, граничных элементов, спектральных методов, а также с современными методами монотонизации численных решений гиперболических уравнений.

Дисциплина нацелена на формирование общекультурных компетенций ОК-6, ОК-8 – ОК-10, профессиональных компетенций ПК-1 – ПК-5, ПК-7, ПК-9, ПК-10, ПК-13, ПК-14, ПК-19 выпускника.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, самостоятельная работа студента.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль в форме самостоятельных работ, рубежный контроль – в форме экзамена.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 академических часа (из них 36 аудиторных). Вся аудиторная нагрузка (36 часов) отведена под лекции. Программой дисциплины предусмотрены 36 часов самостоятельной работы студентов. Остальное время – различные формы контроля успеваемости и подготовка к экзамену.

1. Цели освоения дисциплины (курса)

Дисциплина «Современные методы вычислительной математики» имеет своей целью подготовку высокопрофессиональных специалистов в области вычислительной математики, владеющих методологией вычислительного эксперимента, знакомых с современными численными методами и имеющих развитые базовые навыки использования этих методов в научно-исследовательской работе.

Для достижения поставленной цели выделяются следующие задачи: познакомить студентов с современными численными методами решения задач для уравнений с частными производными, методологией вычислительного эксперимента, с примерами современных задач из волновой гидродинамики, газовой динамики и метеорологии, для решения которых необходимо применение численных методов и проведение вычислительных экспериментов.

Учебная дисциплина состоит из совокупности четырех взаимоувязанных модулей. Первый из них связан с современными конечно-разностными методами на адаптивных сетках. Здесь студенты знакомятся с понятием адаптивная сетка, некоторыми методами построения адаптирующихся к решению одномерных сеток и криволинейных многомерных сеток, а также с общими принципами построения конечно-разностных схем на адаптивных сетках. Значительное место уделяется разработке схем на адаптивных сетках для уравнения Пуассона, уравнений мелкой воды и газовой динамики.

Второй модуль посвящен конечно-элементным аппроксимациям. Поскольку метод конечных элементов входит в программу обучения бакалавров, то в настоящем курсе делается акцент на усвоении магистрантами современных методов триангуляции областей со сложной геометрией границ.

В третьем модуле излагаются особенности таких бурно развивающихся в последнее время численных методов как методы контрольных объемов, фиктивных областей, граничных элементов, спектральных методов и различных алгоритмических реализаций метода «частицы-в-ячейках». Приводятся примеры задач, решенных этими методами.

Завершающий модуль связан с некоторыми специальными вопросами современной вычислительной математики и вычислительного эксперимента. Здесь, в частности, рассматривается теория TVD схем, особенности конструирования неосциллирующих схем для многомерных задач, современные методы монотонизации численных решений гиперболических уравнений, а также современные алгоритмы ускорения сходимости итерационных процессов.

2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Дисциплина «Современные методы вычислительной математики» входит в Базовую часть Профессионального цикла ООП по направлению подготовки «010800 – Механика и математическое моделирование», все профили подготовки.

Дисциплина «Современные методы вычислительной математики» опирается на следующие дисциплины данной ООП:

- Математический анализ (теория пределов, ряды, дифференцирование, интегрирование, векторный анализ);
- Высшая алгебра (определители, теория матриц, системы уравнений, квадратичные формы);
- Аналитическая геометрия (плоские и пространственные кривые, поверхности, поверхности второго порядка);
- Дифференциальная геометрия (плоские и пространственные кривые, параметризация, кривизна, первая и вторая квадратичные формы поверхностей, символы Кристоффеля);
- Функциональный анализ (теория линейных банаховых пространств, гильбертовых пространств, теории линейных операторов и линейных функционалов);

- Теория функций комплексного переменного (основные операции над комплексными числами, теория аналитических функций комплексного переменного и теория интеграла Коши);
- Обыкновенные дифференциальные уравнения (уравнения первого и второго порядков, существование решения задачи Коши, теорема Коши-Ковалевской, устойчивость решений, методы получения аналитических решений задачи Коши и краевых задач);
- Уравнения математической физики (постановки краевых и начально-краевых задач, корректные и некорректные задачи математической физики, приемы получения классических и обобщенных решений задач математической физики);
- Численный анализ (итерационные методы решения нелинейных уравнений, численное интегрирование);
- Вычислительные методы линейной алгебры (прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений, методы вычисления собственных значений матриц);
- Методы вычислений (численные методы решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения и системы уравнений, краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка, математический аппарат теории разностных схем, конечно-разностные методы решения задач для уравнений параболического, эллиптического и гиперболического типов);
- Математическое моделирование (владение понятиями о математических моделях, законах сохранения, знание аксиоматики, законов движения и термодинамики сплошной среды);
- Механика жидкости и газа (знание теории термодинамики, свойств политропного и нормального газов, характеристик уравнений газовой динамики, характеристической формы системы уравнений одномерного движения газа, характеристик и инвариантов Римана);
- Программирование (знание алгоритмических основ написания эффективных программ и особенностей современных информационных систем).

Результаты освоения дисциплины «Современные методы вычислительной математики» используются в следующих дисциплинах данной ООП:

- Математическое моделирование динамики сжимаемой жидкости и газа;
- Геофизическая гидродинамика;
- Уравнения Навье-Стокса.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Современные методы вычислительной математики»:

- общекультурные компетенции: ОК-6, ОК-8 – ОК-10;
- профессиональные компетенции (ПК): ПК-1 – ПК-5, ПК-7, ПК-9, ПК-10, ПК-13, ПК-14, ПК-19.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- знать приемы построения и методы исследования современных численных методов;
- уметь применять полученные знания при разработке новых численных методов и выборе наиболее эффективного метода для решения конкретной прикладной задачи;
- владеть навыками проведения вычислительных экспериментов на современном уровне.

4. Структура и содержание дисциплины «Современные методы вычислительной математики» Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости
				Лекция	Самост. работа	Экзамен	
1.	Метод адаптивных сеток для решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Погрешность аппроксимации на неравномерной сетке. Общие принципы построения конечно-разностных схем на адаптивных сетках.	1	1	2	2		
2.	Метод эквираспределения для построения адаптивных подвижных сеток в одномерных задачах. Схема предиктор-корректор на неравномерной подвижной сетке для одномерного линейного уравнения переноса. Свойства схемы. Геометрический закон сохранения и дивергентные схемы на подвижной сетке.	1	2	2	2		
3.	Понятие о криволинейной сетке в многомерной области. Алгебраические методы построения сеток.	1	3	2	2		
4.	Дифференциальные методы построения адаптивных сеток и их численная реализация.	1	4	2	2		
5.	Конечно-разностная схема на адаптивной сетке для решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Интегро-интерполяционный метод получения разностных уравнений. Свойства разностного оператора. Смешанные краевые условия.	1	5	2	2		
6.	Разностные схемы на равномерных и адаптивных сетках для уравнений мелкой воды. Исследование линеаризованных схем. Аппроксимация и устойчивость.	1	6	2	2		
7.	Система уравнений газовой динамики с одной пространственной переменной. Уравнение состояния. Законы сохранения массы, импульса и энергии. Соотношения на разрывах. Линеаризация уравнений. Уравнения акустики с одной пространственной переменной. Схема предиктор-корректор на адаптивной сетке для уравнений акустики. Обобщение схемы для нелинейных уравнений газовой динамики. Противопоточная схема.	1	7	2	2		
8.	Метод конечных элементов для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Энергетическое пространство. Обобщенное решение задачи. Обобщенное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Метод конечных элементов для нахождения приближенного обобщенного решения.	1	8	2	2		
9.	Триангуляция области. Методы построения неструктурированных треугольных сеток в двумерных областях со сложной геометрией границ.	1	9	2	2		
10.	Метод контрольных объемов. Интегральная форма законов сохранения. Квадратурные формулы. Метод контрольных объемов для уравнения Пуассона. Прикладные задачи для уравнений гидродинамики.	1	10	2	2		
11.	Метод фиктивных областей. Формулировка задачи для области с криволинейной формой границы. Переход к задаче в регулярной области. Особенности итерационных методов. Метод фиктивных областей для задач о течени-	1	11	2	2		

	ях идеальной несжимаемой жидкости.						
12.	Метод граничных элементов. Интеграл Грина. Вычисление сингулярных интегралов. Граничные элементы. Применение к задачам о течении жидкости со свободной границей.	1	12	2	2		
13.	Спектральные методы. Выбор пробных функций. Получение системы алгебраических уравнений. Быстрое преобразование Фурье. Применение к задачам метеорологии.	1	13	2	2		
14.	Численные методы «частицы-в-ячейках». Метод крупных частиц. Два этапа метода крупных частиц. Приложение к задачам волновой гидродинамики. Метод сглаженных частиц (SPH). Определение частиц в методе SPH. Оценка погрешности аппроксимации метода SPH.	1	14	2	2		
15.	Теория TVD-схем. Теоремы о необходимом и достаточном условии монотонности разностных схем с постоянными и переменными коэффициентами. Современные методы монотонизации численных решений гиперболических уравнений.	1	15	2	2		
16.	Схемы на адаптивных сетках, сохраняющие монотонность численного решения. Монотонизация схемы предиктор-корректор для одномерного линейного уравнения переноса. Особенности конструирования неосциллирующих схем для многомерных задач.	1	16	2	2		
17.	Современные алгоритмы ускорения сходимости итерационных процессов. Алгоритмы ускорения сходимости итераций по методу наименьших квадратов.	1	17	2	2		
18.	Вычислительный эксперимент. Общие принципы организации вычислительного эксперимента. Иерархия математических моделей и методы их исследования. Иерархия вычислительных алгоритмов. Точность, устойчивость, экономичность, параллелизуемость численных алгоритмов. Схемы высоких порядков аппроксимации, основанные на методах Рунге-Кутты. Многосеточные методы. Некоторые принципы разработки программ. Проектирование, программирование, отладка, тестирование программ. Приемы обработки результатов расчетов.	1	18	2	2		
						36	Экзамен
	Всего часов			**36**	**36**	**36**	

5. Образовательные технологии

При реализации учебной работы используется лекционный способ в сочетании с внеаудиторной самостоятельной работой по решению практических задач и упражнений по материалу, изложенному в лекциях. Лекционный материал включает в себя все темы, перечисленные в структуре курса. Изложение лекций предполагает диалог со слушателями. Предусматривается демонстрация анимационных материалов, иллюстрирующих свойства изучаемых численных методов и получаемых с их помощью численных решений. В начале каждой лекции выделяется 10 минут для напоминания содержания предыдущей лекции, ответов на вопросы студентов и разбор домашних заданий. В конце лекции выделяется 5 минут для ответов на вопросы по текущему материалу, его обсуждения и формулировки домашних заданий. Также студентам, желающим более подробно познакомиться с рассмотренной на лекции темой, предлагаются оттиски статей или соответствующие ссылки в Интернете.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Самостоятельная работа студентов предусматривает изучение теоретического материала и решение практических задач. Теоретический материал изучается в форме проработки прочитанных лекций, а также в изучении рекомендованной литературы. Задачи решаются в форме выполнения домашних заданий. При этом студенты имеют возможность пользоваться учебными пособиями, представленными в библиотеке и читальных залах.

Вторая часть самостоятельной работы состоит в знакомстве с российскими и иностранными публикациями по вычислительной математике и ее приложениям для решения задач гидродинамики и газовой динамики. Целью данной работы является освоение русской и иностранной терминологии по вычислительным методам и в рассматриваемой предметной области, погружение магистрантов в мир науки, в мир конкретных научных задач, знакомство с конкретными мировыми школами.

В процессе изучения дисциплины у студентов проверяется выполнение домашних заданий и контролируется посещение лекций. Выполнение домашних заданий является обязательным для всех студентов, результаты промежуточного контроля служат основанием для выставления оценок в ведомость контрольной недели на факультете.

Для контроля усвоения дисциплины учебным планом предусмотрен экзамен. Для допуска к экзамену необходимо иметь не более двух пропусков лекций, все выполненные домашние задания. Экзаменационный билет по итогам освоения дисциплины включает два теоретических вопроса. На экзамене студент отвечает на вопросы билета. Также экзаменатором осуществляется краткое интервью на общую логику курса.

6.1. Перечень теоретических вопросов для самостоятельной работы:

1. Определение неравномерной сетки на отрезке. Разностная схема на неравномерной сетке для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Погрешность аппроксимации. Неравномерная сетка, на которой достигается высокий порядок погрешности аппроксимации.
2. Построение одномерной сетки методом эквираспределения. Принцип эквираспределения в разностной форме. Этапы построения конечно-разностных схем на адаптивных сетках. Метод адаптивных сеток для решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.
3. Построения адаптивной сетки на плоской кривой.
4. Понятие о криволинейной сетке в многомерной области. Алгебраические методы построения сеток. Преимущества и недостатки алгебраических методов.
5. Дифференциальные методы построения адаптивных сеток. Преимущества и недостатки дифференциальных методов. Метод эквираспределения.
6. Дифференциальные методы построения адаптивных сеток, основанные на решении уравнения Пуассона.
7. Численная реализация дифференциальных методов построения адаптивных сеток. Итерационные методы. Выбор оптимальных итерационных параметров.
8. Критерии качества адаптивных сеток. Выпуклость ячеек, ортогональность координатных линий, свойство «невытянутости» ячеек. Критерий адаптивности сетки к заданной управляющей функции.
9. Конечно-разностная схема на адаптивной сетке для решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Интегро-интерполяционный метод получения разностных уравнений на криволинейной сетке.
10. Свойства самосопряженности и положительной определенности разностного оператора, аппроксимирующего оператор Лапласа на криволинейной сетке.
11. Конечно-разностная схема на адаптивной сетке для решения задачи для уравнения Пуассона со смешанными краевыми условиями. Порядок аппроксимации условия Неймана на криволинейной сетке.

12. Схема предиктор-корректор на равномерной сетке для одномерного линейного уравнения переноса. Получение любых известных схем при задании соответствующих значений схемного параметра. Порядок аппроксимации и устойчивость.
13. Схема предиктор-корректор на неравномерной подвижной сетке для одномерного линейного уравнения переноса. Свойства схемы.
14. Геометрический закон сохранения и дивергентные схемы на подвижной сетке. Получение противопоточной схемы на подвижной сетке из схемы предиктор-корректор.
15. Метод эквираспределения для построения адаптивных подвижных сеток в одномерных задачах. Сглаживание управляющей функции.
16. Уравнения мелкой воды. Линеаризация уравнений. Модельное нелинейное уравнение. Схема предиктор-корректор на равномерной сетке для скалярного нелинейного уравнения. Сохранение схемой постоянного решения и стационарного скачка.
17. Схема предиктор-корректор на адаптивной сетке для скалярного нелинейного уравнения. Сохранение схемой постоянного решения и движущегося скачка. Схема для уравнения с источниковым членом.
18. Схема предиктор-корректор на адаптивной сетке для уравнений мелкой воды. Аппроксимация и устойчивость схемы. Получение из схемы предиктор-корректор противопоточной схемы на адаптивной сетке.
19. Система уравнений газовой динамики с одной пространственной переменной. Уравнение состояния. Соотношения на разрывах. Линеаризация уравнений. Уравнения акустики с одной пространственной переменной. Схема предиктор-корректор на адаптивной сетке для уравнений акустики. Обобщение схемы на систему нелинейных уравнений газовой динамики. Противопоточная схема.
20. Метод конечных элементов Операторная запись задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Энергетическое пространство. Пространства Соболева. Теоремы вложения. Обобщенное решение задачи.
21. Метод Галеркина для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.
22. Метод конечных элементов для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Кусочно-линейные базисные функции. Сходимость. Задача со смешанными краевыми условиями. Кусочно-квадратичные базисные функции.
23. Обобщенное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Метод конечных элементов для нахождения приближенного обобщенного решения. Получение системы линейных уравнений относительно коэффициентов разложения.
24. Триангуляция области. Описание геометрии области. Описание управляющей функции, регулирующей степень сгущения узлов. Построение первичной сетки.
25. Методы построения неструктурированных треугольных сеток в двумерных областях со сложной геометрией границ. Фронтальные методы триангуляция области. Триангуляция Делоне. Алгоритм Ватсона.
26. Метод контрольных объемов. Интегральная форма законов сохранения. Осредненные величины. Вычисление геометрических характеристик контрольных объемов.
27. Метод контрольных объемов для уравнения Пуассона. Получение системы алгебраических уравнений при использовании метода для уравнений гидродинамики. Итерационные методы решения полученной системы уравнений.
28. Метод фиктивных областей. Формулировка задачи для области с криволинейной формой границы. Переход к задаче в регулярной области, целиком содержащей исходную. Обоснование метода на примере краевой задачи для эллиптического уравнения.
29. Особенности итерационных методов для решения сеточных задач, возникающих при использовании метода фиктивных областей. Возможности метода фиктивных областей на примерах решения задач идеальной несжимаемой жидкости.

30. Метод граничных элементов. Интеграл Грина. Вычисление сингулярных интегралов. Постоянные граничные элементы. Линейные граничные элементы. Потенциальные течения идеальной жидкости со свободной границей.
31. Спектральные методы. Выбор пробных функций на примерах уравнения теплопроводности и уравнения Бюргерса. Быстрое преобразование Фурье. Применение к задачам метеорологии.
32. Метод крупных частиц. Два этапа метода крупных частиц. Лагранжев этап для расчета переноса частиц. Расчет столкновений частиц. Эйлерова сетка для расчета параметров жидкости или газа. Приложение к задачам волновой гидродинамики.
33. Метод сглаженных частиц. Определение частиц в методе SPH. Определение радиуса сглаживания для каждой частицы. Оценка погрешности аппроксимации метода SPH.
34. Теория TVD схем. Теоремы о необходимом и достаточном условии монотонности разностных схем с постоянными и переменными коэффициентами. Методы монотонизации численных решений гиперболических уравнений, основанные на анализе дифференциальных приближений схем.
35. Монотонизация схемы предиктор-корректор для одномерного линейного уравнения переноса. Особенности конструирования неосциллирующих схем для многомерных задач.
36. Современные алгоритмы ускорения сходимости итерационных процессов. Алгоритмы ускорения сходимости итераций по методу наименьших квадратов.
37. Схемы высоких порядков аппроксимации, основанные на методах Рунге-Кутты. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Схемы для уравнения переноса.
38. Многосеточные методы. Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Многосеточный метод для одномерного уравнения диффузии. Особенности применения метода для многомерных задач.

6.2. Задачи для домашних заданий содержатся в учебных пособиях:

Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: Часть 2. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2005.

Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: Часть 3. Численные методы решения задач для уравнений параболического и эллиптического типов. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2008.

Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: Часть 4. Численные методы решения задач для уравнений гиперболического типа. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2014.

Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б., Воронина П.В. Математическое моделирование. Часть 1. Общие принципы математического моделирования. Новосибирск: НГУ, 2010.

6.3. Пример домашнего задания

Дать определение схемы, сохраняющей монотонность численного решения. Сформулировать теорему о необходимом и достаточном условии сохранения монотонности численного решения разностной схемой с постоянными коэффициентами.

Выписать дифференциальное уравнение метода эквираспределения для построения адаптивной сетки на отрезке и конечно-разностный аналог этого уравнения.

Определить порядок аппроксимации схемы Лакса-Вендроффа, построенной для уравнения переноса

$$u_t + au_x = 0, \qquad a = const.$$

С помощью спектрального метода Неймана вывести необходимое условие устойчивости схемы Лакса-Вендроффа. Доказать, что схема Лакса-Вендроффа на равномерной сетке не сохраняет монотонность численного решения.

Выписать схему Лакса-Вендроффа на подвижной сетке.

6.4. Примерный перечень экзаменационных вопросов

1. Общие принципы построения конечно-разностных схем на адаптивных сетках.
2. Схема предиктор-корректор на подвижной сетке для уравнения переноса.
3. Методы построения адаптивных сеток в многомерной области.
4. Конечно-разностная схема на адаптивной сетке для решения краевой задачи для уравнения Пуассона.
5. Разностные схемы на адаптивных сетках для уравнений мелкой воды.
6. Адаптивные сетки в задачах газовой динамики.
7. Метод конечных элементов.
8. Методы построения неструктурированных сеток.
9. Метод контрольных объемов.
10. Метод фиктивных областей.
11. Метод граничных элементов.
12. Спектральные методы.
13. Численные методы «частицы-в-ячейках».
14. Схемы на адаптивных сетках, сохраняющие монотонность численного решения.
15. Алгоритмы ускорения сходимости итерационных процессов.
16. Вычислительный эксперимент.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.
2. Волков Е.А. Численные методы. СПб.: Лань, 2004.
3. Глассер А.Г. и др. Построение разностных сеток с помощью уравнений Бельтрами и диффузии. Новосибирск: Наука, 2006.
4. Ковеня В.М. Алгоритмы расщепления при решении многомерных задач аэрогидродинамики. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2014.
5. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001.
6. Самарский А.А. Введение в численные методы. СПб.: Лань, 2009.
7. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М.: Физматлит, 2002.
8. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: Едиториал УРСС, 2004.
9. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики. М.: Научный мир, 2003.
10. Фирсов Д.К. Метод контрольного объёма на неструктурированной сетке в вычислительной механике. Томск: Изд-во ТГУ, 2007.
11. Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: Часть 2. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2005.
12. Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: Часть 3. Численные методы решения задач для уравнений параболического и эллиптического типов. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2008.
13. Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: Часть 4. Численные методы решения задач для уравнений гиперболического типа. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2014.
14. Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б., Воронина П.В. Математическое моделирование. Часть 1. Общие принципы математического моделирования. Новосибирск: НГУ, 2010.

15. Хакимзянов Г.С., Шокин Ю.И. Разностные схемы на адаптивных сетках: Часть 1. Задачи для уравнений в частных производных с одной пространственной переменной. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2005.
16. Хакимзянов Г.С., Шокин Ю.И. Разностные схемы на адаптивных сетках. Часть 2: Задачи для уравнений в частных производных с двумя пространственными переменными. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2009.
17. Шокин Ю.И. и др. Методы римановой геометрии в задачах построения разностных сеток. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 2005.

б) дополнительная литература:

1. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
2. Вабищевич П. И. Метод фиктивных областей в задачах математической физики. М.: МГУ, 1991.
3. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. М.: Высшая школа, 2000.
4. Годунов С.К. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М: Наука, 1976.
5. Григорьев Ю.Н., Вшивков В.А. Численные методы «частицы-в-ячейках». Новосибирск: НГУ, 1996.
6. Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
7. Коновалов А.Н. Введение в вычислительные методы линейной алгебры. Новосибирск: Наука, 1993.
8. Лаевский Ю.М. Метод конечных элементов (основы теории, задачи). Новосибирск: Изд-во НГУ, 1999.
9. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980.
10. Марчук Г.И. Методы расщепления. М.: Наука, 1988.
11. Митчел Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. М.: Мир, 1981.
12. Норри Д., де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов. М.: Мир, 1981.
13. Пейре Р., Тейлор Т.Д. Вычислительные методы в задачах механики жидкости. Л.: Гидрометеоиздат, 1986.
14. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение. М.: Мир, 1989.
15. Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978.
16. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
17. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983.
18. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
19. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и ее применение. Томск: Изд-во ТГУ, 2002.
20. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988.
21. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991.
22. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987.
23. Arney S.D., Flaherty J.E. A two-dimensional mesh moving technique for time-dependent partial differential equations // J. Comput. Phys. 1986. Vol. 67, No. 1. P. 124-144.
24. Baines M.J., Hubbard M.E., Jimack P.K. Velocity-based moving mesh methods for nonlinear partial differential equations // Commun. Comput. Phys. 2011. Vol. 10, No. 3. P. 509-576.
25. Etienne S., Garon A., Pelletier D. Perspective on the geometric conservation law and finite element methods for ALE simulations of incompressible flow // J. Comput. Phys. 2009. Vol. 228. P. 2313-2333.

26. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // J. Comput. Phys. 1983. Vol. 49. P. 357-393.
27. Knupp P., Steinberg S. Fundamentals of grid generation. Roca Raton: CRC Press, 1994.
28. LeVeque R.J. Numerical methods for conservation laws. Birkhauser Verlag, Basel, Boston, Berlin, 2008.
29. Synolakis C.E., Bernard E.N., Titov V.V., Kanoglu U., Gonzalez F.I. Validation and verification of tsunami numerical models // Pure and Applied Geophisics. 2008. Vol. 165, No. 11-12. P. 2197-2228.
30. Tadmor E. Entropy stability theory for difference approximations of nonlinear conservation laws and related time dependent problems // Acta Numerica. 2003. Vol. 12. P. 451-512.
31. Thompson J.F., Warsi Z.U.A., Mastin C.W. Numerical grid generation, foundations and applications. N. Y.: Elsevier Science Publisher, 1985.
32. Toro E.F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction. Springer-Verlag, Berlin/New-York, 2009.
33. Toro E., Garcia-Navarro P. Godunov-type methods for free-surface shallow flows: A review // J. Hydraulic Research. 2007. Vol. 45, No. 6. P. 736-751.

в) Интернет-ресурсы:

1. http://www.ict.nsc.ru/matmod/ – учебные пособия кафедры Математического моделирования НГУ.
2. http://num-meth.srcc.msu.ru/ – интернет-журнал «Вычислительные методы и программирование».
3. http://www.ict.nsc.ru/jct/main – журнал «Вычислительные технологии».
4. http://www.exponenta.ru/ – образовательный математический сайт.
5. http://www.mathtree.ru/ – каталог математических интернет-ресурсов.
6. http://www.mathnet.ru/ – общероссийский математический портал.
7. http://www.freefem.org/ff++/index.htm – метод конечных элементов.
8. http://sourceforge.net/projects/ani2d/ – неструктурированные сетки.
9. http://www.mgnet.org/mgnet-tuts.html – учебники по многосеточным методам
10. http://www.mgnet.org/mgnet-bib.html – библиография по многосеточным методам

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

- Доска, мел.
- Ноутбук, медиа-проектор, экран для демонстрации численных экспериментов.
- Программное обеспечение для демонстрации слайд-презентаций.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению «010800 – Механика и математическое моделирование», все профили подготовки.

Автор:____ Хакимзянов Гаяз Салимович
д.ф.-м.н., профессор ММФ НГУ
в.н.с. ИВТ СО РАН

Рецензент (ы) ____

____

Программа одобрена на заседании ____
(Наименование уполномоченного органа вуза (УМК, НМС, Ученый совет)

от ________________ 201_ года, протокол №________________