МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

УТВЕРЖДАЮ

____

"_____"________________201_ г.

Рабочая программа дисциплины

Математическое моделирование

Направление подготовки

010800 – Механика и математическое моделирование

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Новосибирск 2014

Аннотация рабочей программы

Дисциплина «Математическое моделирование» входит в Базовую часть естественнонаучного цикла ООП по направлению подготовки «Механика и математическое моделирование», все профили подготовки. Дисциплина реализуется на Механико-математическом факультете Новосибирского государственного университета кафедрой Математического моделирования ММФ НГУ.

Содержание дисциплины охватывает широкий круг вопросов, связанных с общими принципами изучаемого предмета, общими требованиями к инструментам математического моделирования; с методами и примерами построения и анализа математических моделей для задач биологии, экологии, экономики, задач поддержки принятия решений; с математическими моделями механики сплошных сред, аксиоматикой сплошной среды, интегральными законами сохранения, дифференциальными законами сохранения. Курс завершается построением иерархии моделей движения жидкостей.

Дисциплина нацелена на формирование общекультурных компетенций ОК-1, ОК-2, ОК-4, ОК-6, ОК-7, ОК-8, профессиональных компетенций ПК-1, ПК-2, ПК-8, ПК-9, ПК-10, ПК-11, ПК-14.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, контрольные работы, самостоятельная работа студента.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме контрольных, самостоятельных работ, рубежный контроль в форме экзамена.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов (из них 48 аудиторных). Программой дисциплины предусмотрены 32 часов лекционных и 16 часов практических занятий, а также 60 часов самостоятельной работы студентов. Остальное время отведено контрольным работам, контрольным заданиям, зачету и экзамену.

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Математическое моделирование» является обучение студентов теоретическим основам и практическим методам математического моделирования для исследования различных природных и социальных явлений.

Достижение поставленной цели осуществляется путем чтения лекций, посвященных теоретическим основам математического моделирования, проведения семинарских занятий, подкрепляющих лекции за счет решения задач, тщательно подобранных по каждой теме и нацеленных на практическое применение знаний и навыков, полученных на лекциях.

В первой части курса излагаются общие принципы изучаемого предмета, рассматриваются общие требования к инструментам математического моделирования; демонстрируются методы и примеры построения и анализа математических моделей для задач биологии, экологии, экономики, задач поддержки принятия решений. Изложение основано на использовании фундаментальных законов природы, вариационных принципов, иерархических цепочек, метода аналогий. Представляемые слушателям универсальные методологические подходы, позволяют безотносительно к конкретным областям приложений строить адекватные математические модели изучаемых объектов.

Вторая часть курса посвящена математическим моделям механики сплошных сред, аксиоматике сплошной среды, интегральным законам сохранения, дифференциальным законам сохранения. Курс завершается построением иерархии моделей движения жидкостей.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Математическое моделирование**Ошибка! Источник ссылки не найден.**» входит в Базовую часть естественнонаучного цикла ООП по направлению подготовки «010800 – Механика и математическое моделирование», все профили подготовки.

Дисциплина «Математическое моделирование**Ошибка! Источник ссылки не найден.**» опирается на следующие дисциплины данной ООП:

- Математический анализ (дифференциальное, интегральное исчисление);
- Высшая алгебра (теория матриц);
- Дифференциальная геометрия (тензорный анализ);
- Дифференциальные уравнения;
- Теоретическая механика.

Результаты освоения дисциплины «Математическое моделирование» используются в следующих дисциплинах данной ООП:

- Механика сплошных сред: жидкости и газы;
- Механика сплошных сред: твердое тело;
- Математические модели механики сплошных сред;
- Волны в сплошной среде;
- Механика разрушений;
- Геофизическая гидродинамика;
- Уравнения Навье-Стокса;
- Нелинейные задачи механики твердого тела и методы их решения.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Математическое моделирование»

- общекультурные компетенции: ОК-1, ОК-2, ОК-4, ОК-6, ОК-7, ОК-8;
- профессиональные компетенции: ПК-1, ПК-2, ПК-8, ПК-9, ПК-10, ПК-11, ПК-14.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- знать общие принципы построения математических моделей;

- владеть математическим аппаратом, основанным на использовании законов сохранения, общей схемой преобразования интегральных законов сохранения в дифференциальные, аппаратом векторной и тензорной алгебры;
- владеть аксиоматикой сплошной среды;
- иметь представление об основных термодинамических эффектах в сплошных средах;
- знать общие подходы конструирования определяющих уравнений моделей сплошных сред, уметь выводить классические математические модели динамики жидкостей, динамики простейших биологических сообществ;
- иметь представление о применении методов математического моделирования в задачах принятия решений.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля) «Математическое моделирование»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекция	**Семинарское занятие и самостоят. работа**	**Сумма**	
1.	Общие принципы построения математических моделей.	4	1	2	2	4	
2.	Математические модели в биологии, экологии.	4	2-3	2	2	4	
3.	Математические модели в экономике, в задачах поддержки принятия решений.	4	4	2	1	3	
4.	Аксиоматика сплошной среды. Интегральные законы сохранения.	4	5	2	3	5	
5.	Некоторые сведения из математического анализа, дифференциальных уравнений и дифференциальной геометрии.	4	6	2	3	5	**Контрольная работа**
6.	Дифференциальные законы сохранения.	4	7	2	1	3	
7.	Основная теорема механики сплошной среды. Дифференциальная модель. Замыкание математической модели сплошной среды	4	8-9	2	0	2	
8.	Термодинамика сплошной среды.	4	10	2	0	2	
9.	Второе начало термодинамики.	4	11	2	0	2	
10.	Деформация сплошной среды. Определяющие уравнения (уравнения состояния).	4	12	2	4	6	**Контрольная работа**
11	Принцип причинности.	4	13	2	0	2	
12.	Теорема об индифферентности основных тензоров.	4	14	2	0	2	
13.	Изотропные функции.	4	15	2	0	2	
14.	Теоремы о представлении изотропных функций.	4	16	2	0	2	
15.	Модели жидкостей.	4	17-18	4	0	4	
							Экзамен
	ИТОГО			**32**	**16**	**48**	

5. Образовательные технологии

Используется традиционная система обучения, включающая лекции и практические занятия.

Лекционный материал включает в себя все темы, перечисленные в структуре курса. Курс в существенной степени основан на классических и оригинальных работах, выполняемых в течение ряда лет в лабораториях ИВТ СО РАН и связанных с темой «Математическое моделирование». Изложение лекций предполагает диалог со слушателями. В начале каждой лекции выделяется 10 минут для напоминания содержания предыдущей лекции и ответов на вопросы студентов. В конце лекции также выделяется 15-20 минут для ответов на вопросы по текущему материалу. Электронная версия лекций размещена на сайте кафедры «Математическое моделирование» (http://www.ict.nsc.ru/matmod/index.php?file=main), что позволяет бакалавру тщательно прорабатывать лекционный материал. Дополнительно студент может получить разъяснения преподавателя по электронной почте.

Лекционное изложение материала сочетается с проведением семинарских занятий. Самостоятельная работа бакалавра состоит в выполнении домашних заданий, подкрепляющих лекционный материал, с обязательным последующим контролем преподавателем.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Самостоятельная работа студентов включает в себя: теоретическое освоение лекционного курса, практическое выполнение заданий.

Для выполнения самостоятельной работы студентам обеспечивается доступ к информационным ресурсам курса, которые включают в себя а) описание семинарских занятий, б) примерный список вопросов для самостоятельной проверки знаний и подготовки к экзамену, в) список литературы, включающий книги, журналы.

Контролирующие материалы включают набор заданий для самостоятельной работы, списки вопросов для сдачи экзамена.

6.1. Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы

1. Исследовать движение цепи, часть которой свисает с поверхности стола. Построить иерархическую цепочку математических моделей.
2. Дан закон движения континуума:
   $x^1=\xi^1,\quad x^2=e^t\dfrac{\xi^2+\xi^3}{2}+e^{-t}\dfrac{\xi^2-\xi^3}{2},\quad x^3=e^t\dfrac{\xi^2+\xi^3}{2}-e^{-t}\dfrac{\xi^2-\xi^3}{2}.$ Определить компоненты скорости в эйлеровых координатах.
3. Для движения сплошной среды с полем скоростей $v^1=\dfrac{x^1}{1+t},\quad v^2=\dfrac{2tx^2}{1+t^2},\quad v^3=\dfrac{3t^2x^3}{1+t^3}$ найти тензоры деформаций Лагранжа и Эйлера.
4. В произвольном ортонормированном базисе $\{e_i\}$ векторное произведение $x\times y$ можно представить в виде $A(x)\langle y\rangle$, где матрица A задается равенством
   $$A\ x\ =\begin{pmatrix}0 & -x^3 & x^2\\ x^3 & 0 & -x^1\\ -x^2 & x^1 & 0\end{pmatrix},\quad x=x^ie_i$$
   . Показать, что если $x\in R^3$, то $\operatorname{div} x=3,\quad \operatorname{rot} x=0$.
5. Найдите линии тока и траектории в момент времени t_0 для движения сплошной среды с полем скоростей $v^1=-ax^1,\quad v^2=bx^2,\quad v^3=0,$ где a, b - положительные константы.
6. Для движения сплошной среды с полем скоростей из задачи: $v^1=kx^1,\quad v^2=-kx^2,\quad v^3=0$

найти тензоры деформаций Лагранжа и Эйлера.

7. Для движения сплошной среды с полем скоростей в декартовых координатах:
$u(x,y,z,t) = -\omega y, \quad v(x,y,z,t) = \omega x, \quad w(x,y,z,t) \equiv 0, \quad \omega = const > 0$
найти тензоры деформаций Лагранжа и Эйлера. Показать, что среда движется как абсолютно твердое тело (вращается как целое вокруг оси Oz против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω).

8. Преобразуйте уравнение неразрывности $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \vec{V}) = 0$ к виду
$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V} grad \rho + \rho\, div \vec{V} = 0$.

9. В плоском несжимаемом потоке составляющие скорости заданы уравнениями $v^1 = x - 4y$, $v^2 = -y - 4x$. Покажите, что эти составляющие скорости удовлетворяют уравнению неразрывности.

10. Найти компоненты метрического тензора $g_{\alpha\beta}$ в цилиндрической системе координат
$x^1 = r\cos\varphi$; $x^2 = r\sin\varphi$; $x^3 = z$.

11. В трехмерном пространстве вычислить значение δ_i^i, $i = 1,2,3$.

12. В трехмерном пространстве вычислить значение $\delta_i^j \delta_j^i$, $i, j = 1,2,3$.

13. В трехмерном пространстве вычислить значение $\delta_i^j \delta_j^k$, $i, j, k = 1,2,3$.

14. Найти компоненты метрического тензора $g_{\alpha\beta}$ в сферической системе координат
$x^1 = r\sin\varphi \cos\theta$; $x^2 = r\sin\varphi \sin\theta$; $x^3 = r\cos\varphi$.

15. Тензор напряжения в точке A задан так: $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 5 \\ -4 & 5 & -6 \end{pmatrix}$. Определить вектор напряжения в точке A на площадке с единичным вектором нормали $\mathbf{n} = -\frac{3}{5}\mathbf{e}_1 + \frac{4}{5}\mathbf{e}_3$.

16. Найти производную функции $\lambda = \left(x^1\right)^2 + 2x^1x^2 - \left(x^3\right)^2$ по направлению, заданному единичным вектором $\mathbf{n} = \frac{2}{7}\mathbf{e}_1 - \frac{3}{7}\mathbf{e}_2 - \frac{6}{7}\mathbf{e}_3$.

17. Поле скоростей задано вектором $\mathbf{v} = \left(x^1\right)^2 t\mathbf{e}_1 + x^2t^2\mathbf{e}_2 + x^1x^3t\mathbf{e}_3$. Определить скорость и ускорение частицы, находящейся в момент $t = 1$ в точке $P = (1,3,2)$.

18. Дано поле скоростей $v^1 = 4x^3 - 3x^2$, $v^2 = 3x^1$, $v^3 = -4x^1$. Определить компоненты ускорения в точках $P = (b,0,0)$ и $Q = (0,4b,3b)$.

19. Задано поле скоростей $v^1 = -x^2e^{-t}$, $v^2 = -x^3$, $v^3 = 2t$. Найти компоненты ускорения в эйлеровой форме.

20. Для движения сплошной среды $\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\xi},t) = (e^t\xi^1 + 2t(\xi^2)^2 + t(\xi^3)^2, e^{2t}\xi^2 + 2t\xi^3, e^{2t}\xi^3 + 3t\xi^2)$ найти тензор деформации Лагранжа.

21. Для движения сплошной среды $\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\xi},t)=(e^{-t}\xi^1, e^{-t}\xi^2, -2t\xi^1-2t\xi^2+\xi^3)$ найти тензор деформации Эйлера.
22. Закон движения в трехмерном пространстве имеет вид $\boldsymbol{\gamma}(t,\boldsymbol{\xi})=t\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\xi}$. Найти $\operatorname{div}\ \mathbf{v}$.
23. Для движения сплошной среды $\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\xi},t)=(\xi^1 e^t, \xi^1(1-e^{2t})+\xi^2 e^t, \xi^3 e^{3t})$ найти вектор скорости в эйлеровых и лагранжевых переменных.
24. Найти дивергенцию тензорного поля, задаваемого в ортонормированном базисе равенством $\mathbf{f}(\mathbf{x})=\begin{pmatrix} 0 & 2x^2 & 3x^3 \\ 4x^1 & 2(x^2)^2 & 0 \\ 2x^1 & 2x^2 & 3(x^3)^2 \end{pmatrix}$.
25. В трехмерном пространстве вычислить значение $d_i^j d_k^i d_j^k$, $i, j, k = 1,2,3$.
26. Написать в развернутой форме и, по возможности, упростить выражение $D_{ij}x^i x^j$, если $D_{ij} = D_{ji}$ – компоненты тензора, $i, j, k = 1,2,3$.
27. Написать в развернутой форме и, по возможности, упростить выражение $D_{ij}x^i x^j$, если $D_{ij} = -\ D_{ji}$ – компоненты тензора, $i, j, k = 1,2,3$.

6.2. Примерный перечень билетов к экзамену.

Билет 1.
Математическая технология. Общие принципы построения математических моделей. Математический аппарат моделей, основанный на законах сохранения.
Базисы и кобазисы.

Билет 2.
Примеры математических моделей в экологии. Простейшие модели однородных популяций. Модель хищник-жертва (модель Вольтерра).
Ковариантные и контравариантные компоненты.

Билет 3.
Примеры математических моделей в экологии. Общая модель хищник-жертва (модель Колмогорова). Сообщества *n* видов. Вольтерровские модели и балансовые уравнения экологии.
Пространство линейных отображений. Матрица линейного отображения.

Билет 4.
Математическое моделирования в задачах поддержки принятия решений.
Использование контрольных показателей. Введение метрики в пространстве целевых функций.
Изометрия нормированных пространств. Матрица линейного отображения.

Билет 5.
Математическое моделирования в задачах поддержки принятия решений.
Компромиссы Парето. Численные методы построения множества Парето.
Изометрия нормированных пространств. Матрица линейного отображения.

Билет 6.
Аксиоматика сплошной среды. Аксиома пространства-времени. Аксиома материального континуума.

След матрицы и линейного отображения.

Билет 7.
Движение сплошной среды. Аксиома движения. Лагранжево и эйлерово описания сплошной среды.
Производные по направлению и частные производные.

Билет 8.
Силовые и энергетические характеристики сплошной среды. Анализ сил. Аксиома внутренних поверхностных сил. Аксиома сил и моментов. Аксиома потока тепла. Аксиома передачи энергии.
Дивергенция векторного поля.

Билет 9.
Аксиоматика сплошной среды. Аксиомы баланса. Интегральные законы сохранения.
Дивергенция тензорного поля.

Билет 10.
Дифференциальные законы сохранения. Области определения и соглашения о гладкости. Общая схема преобразования интегральных законов.
Формулы Гаусса-Остроградского.

Билет 11.
Дифференциальные законы сохранения. Полная производная. Перестановка дифференцирования и интегрирования. Уравнение неразрывности.
Формула Эйлера.

Билет 12.
Дифференциальные законы сохранения. Основная теорема механики сплошной среды. Закон сохранения импульса.
Идеальная жидкость.

Билет 13.
Дифференциальные законы сохранения. Закон сохранения момента импульса. Теорема о симметричности тензора напряжений.
Несжимаемая жидкость.

Билет 14.
Дифференциальные законы сохранения. Теорема о существовании вектора потока тепла. Тензор скоростей деформации.
Идеальная жидкость.

Билет 15.
Дифференциальные законы сохранения. Теорема о существовании вектора потока тепла. Уравнение притока тепла.
Идеальная жидкость.

Билет 16.
Дифференциальные законы сохранения. Дифференциальная модель. Замыкание математической модели сплошной среды.
Несжимаемая жидкость.

Билет 17.
Термодинамика сплошной среды. Термодинамические эффекты в сплошных средах. Параметры состояния.
Несжимаемая жидкость.

Билет 18.
Термодинамика сплошной среды. Количество теплоты. Абсолютная температура и энтропия.

Классическая модель жидкости.

Билет 19.
Термодинамика сплошной среды. Первое начало термодинамики. Второе начало термодинамики.
Классическая модель жидкости.

Билет 20.
Термодинамика сплошной среды. Аксиома термодинамики. Термодинамические процессы.
Первая замкнутая модель жидкости.

Билет 21.
Термодинамика сплошной среды. Аксиома локального равновесия. Неравенство Клаузиуса-Дюгема. Аксиома Фурье.
Первая замкнутая модель жидкости.

Билет 22.
Определяющие уравнения. Деформация сплошной среды. Тензор деформации Лагранжа. Тензор деформации Эйлера.
Общие принципы построения математических моделей.

Билет 23.
Определяющие уравнения. Тензор скоростей деформации. Определяющие уравнения (уравнения состояния).
Общие принципы построения математических моделей.

Билет 24.
Определяющие уравнения. Системы отсчета.
Принцип причинности. Принцип пространственной локализации.

Билет 25.
Определяющие уравнения. Системы отсчета. Принцип независимости от системы отсчета.
Неравенство Клаузиуса-Дюгема. Аксиома Фурье.

Билет 26.
Определяющие уравнения. Теорема об индифферентности основных тензоров. Пример: жидкости и газы.
Аксиома идеальности.

Билет 27.
Определяющие уравнения. Теорема об индифферентности основных тензоров. Пример: упругие тела.
Аксиома идеальности.

Билет 28.
Определяющие уравнения. Теорема об индифферентности основных тензоров. Пример: определяющее уравнения для вектора потока тепла.
Первая замкнутая модель жидкости.

Билет 29.
Изотропные функции. Лемма о представлении симметричных функций на $\mathbf{R}^2$.Лемма о представлении симметричных функций на $\mathbf{R}^3$.
Первая замкнутая модель жидкости.

Билет 30.
Изотропные функции. Теорема о представлении изотропных тензорных функций.
Уравнения Навье-Стокса.

Билет 31.
Изотропные функции. Теорема о представлении изотропных скалярных функций. Неравенство Клаузиуса-Дюгема. Аксиома Фурье.

Билет 32.
Изотропные функции. Теорема о представлении изотропных векторных функций. Термодинамические процессы.

Билет 33.
Модели жидкостей. Основное уравнение состояния. Однородность уравнения состояния. Несжимаемая жидкость.

Билет 34.
Модели жидкостей. Аксиома идеальности. Представление уравнения состояния. Аксиома термодинамического состояния.
Несжимаемая жидкость.

Билет 35.
Модели жидкостей. Первая замкнутая модель жидкости. Аксиома линейности.
Уравнения Навье-Стокса.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ижевск. 2000.
2. Белолипецкий В.М., Шокин Ю.И. Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды. Новосибирск: Инфолио-пресс, 1997.
3. Гимади Э.Х., Глебов Н.И. Математические модели и методы принятия решений. Новосибирск: НГУ, 2008.
4. Годунов С.К., Роменский Е.И. Элементы механики сплошных сред и законы сохранения. Новосибирск: Науч. кн., 1998.
5. Жермен П. Курс механики сплошных сред. Общая теория. М.: Высшая школа, 1983.
6. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. М.: МГУ, 1990.
7. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1, 2. М.: Физматгиз, 1963.
8. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. М.: Мир, 1974.
9. Овсянников Л.В. Введение в механику сплошных сред. Часть I. Учеб. пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск. 1976.
10. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.
11. Ризниченко Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. Ч.1. Описание процессов в живых системах во времени. М.: Ижевск, 2002.
12. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М.: Физматлит, 2002.
13. Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б., Воронина П.В. Математическое моделирование. Часть I. Общие принципы математического моделирования. Учебное пособие. / Новосиб. гос. ун-т, Новосибирск, 2010.

б) Дополнительная литература:

1. Акивис М.А., Гольдберг В.В. Тензорное исчисление. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
2. Бережная Е. В., Бережной В. И. Математические методы моделирования экономических систем. М.: Финансы и статистика, 2006.
3. Введение в математическое моделирование: Учеб. пособие / Под ред. П.В.Трусова. М.: Университетская книга, Логос, 2007.
4. Давыдова М.А. Лекции по гидродинамике. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.

5. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности / Пер. с англ. И.С. Емельяновой .– 2-е изд., доп. и испр. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012 .332 с. ISBN 978-5-9221-1377-9
6. Петкевич В.В. Основы механики сплошных сред. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 400 с. ISBN 5-8360-0243-6
7. Туманова Е.А., Шагас Н.Л. Макроэкономика. Элементы продвинутого подхода. М.: ИНФРА-М, 2004.
8. Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: В 4 ч. Новосибирск: НГУ, 2003. Ч. 1: Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
9. Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: В 4 ч. Новосибирск: НГУ, 2005. Ч. 2: Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.
10. Хакимзянов Г.С., Черный С.Г. Методы вычислений: В 4 ч. Новосибирск: НГУ, 2008. Ч. 3: Численные методы решения задач для уравнений параболического и эллиптического типов.
11. Хакимзянов Г.С., Шокин Ю.И. Разностные схемы на адаптивных сетках: В 3 ч. Новосибирск: НГУ, 2005. Ч. 1: Задачи для уравнений в частных производных с одной пространственной переменной.
12. Хакимзянов Г.С., Шокин Ю.И. Разностные схемы на адаптивных сетках: В 3 ч. Новосибирск: НГУ, 2009. Ч. 2: Задачи для уравнений в частных производных с двумя пространственными переменными.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Доска, мел.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению «**Ошибка! Источник ссылки не найден.**», все профили подготовки.

Автор: ______________________________________ Чубаров Леонид Борисович
д.ф.-м.н., профессор ММФ НГУ

Рецензент (ы) ____
____

Программа одобрена на заседании ____
(Наименование уполномоченного органа вуза (УМК, НМС, Ученый совет)

от ___________ года, протокол № ________