МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

1. ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

УТВЕРЖДАЮ

____

«_____»__________________201__ г.

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

Направления подготовки

010400 – Прикладная математика и информатика
010800 – Механика и математическое моделирование

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Новосибирск 2014

Аннотация рабочей программы

Математический анализ – совокупность разделов математики, посвященных исследованию функций и их обобщений методами дифференциального и интегрального исчисления. Включает теорию действительных чисел, теорию пределов, теорию рядов, дифференциальное исчисление в конечномерных пространствах, теорию меры Лебега, теорию интегралов Римана и Лебега, а также элементы интегрального и дифференциального исчислений на многообразиях. Кроме того, рассматриваются такие важные приложения, как теория элементарных функций, теория экстремумов, теория обратных и неявных отображений, элементы теории аналитических функций, ряды и преобразование Фурье, элементы векторного и тензорного анализа и теории поля.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа, консультации.

Программой предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме контрольных работ и коллоквиумов, промежуточный контроль в форме зачетов и экзаменов. Формы рубежного контроля определяются решениями Ученого совета, действующими в течение текущего учебного года.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 28 зачетных единиц, 960 академических часов (из них 544 – аудиторная работа). Программой дисциплины предусмотрены 242 часа лекционных и 220 часов практических занятий, а также 416 часов самостоятельной работы. Остальное время – консультации и контроль в форме контрольных работ, коллоквиумов, зачетов и экзаменов.

1. Цели освоения дисциплины

Основная цель изучения математического анализа – получить запас фундаментальных знаний и умений, связанных с понятиями и методами дифференциального и интегрального исчисления и необходимых для успешной работы во всех областях современной математики, механики и информатики. Студенты должны усвоить идеи, которые привели к формированию понятий вещественных и комплексных чисел, теории пределов функций и отображений, понятий площади, объема и меры, представлений об интегралах, рядах, многообразиях и т.д. Эти идеи составляют важную часть научного мировоззрения, а также помогают понять единство различных разделов математики и ее взаимосвязи с естественными науками и философией. Кроме того, предполагается изучение богатого фактического материала и выработка технических навыков, без которых невозможно успешное освоение большинства других обязательных математических дисциплин и их приложений.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Математический анализ» является базовой частью математического цикла ООП по направлениям подготовки «010400 – Прикладная математика и информатика» и «010800 – Механика и математическое моделирование».

Являясь базовой дисциплиной, «Математический анализ» опирается, главным образом, на школьные знания студентов, а также на отдельные элементы следующих дисциплин данной ООП:

- алгебры;
- математической логики;
- аналитической геометрии.

Результаты освоения дисциплины «Математический анализ» используются в следующих дисциплинах данной ООП:

- дифференциальная геометрия;
- дифференциальные уравнения;
- теория функций комплексного переменного;
- уравнения математической физики;
- теория вероятности и математическая статистика;
- функциональный анализ;
- методы вычислений;
- математическое моделирование;
- теоретическая механика;
- механика жидкостей и газов;
- методы оптимизации и вариационное исчисление.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Математический анализ»:

- общекультурные компетенции: по направлению «010400 – Прикладная математика и информатика» ОК-1, ОК-2, ОК-4, ОК-9, ОК-10, ОК-15, ОК-16; по направлению «010800 – Механика и математическое моделирование» ОК-1, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-10, ОК-11, ОК-14, ОК-15;
- профессиональные компетенции: по направлению «010400 – Прикладная математика и информатика» ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4, ПК-5, ПК-6, ПК-7, ПК-8, ПК-12, ПК-14, ПК-15; по направлению «010800 – Механика и математическое моделирование» ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4, ПК-5, ПК-6, ПК-7, ПК-8, ПК-9, ПК-10, ПК-11, ПК-12, ПК-13 ПК-16, ПК-17, ПК-18, ПК-22, ПК-32, ПК-33, ПК-34.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- знать основные понятия дифференциального и интегрального исчисления в конечномерных пространствах, определения и свойства меры, числовых, векторных и функциональных последовательностей и рядов, рядов и интегралов Фурье, многообразий и касательных пространств, отображений и векторных полей;
- уметь вычислять пределы, производные и дифференциалы явных и неявных отображений, находить первообразные функций из стандартных классов, вычислять несобственные и кратные интегралы, меры множеств в пространствах и на многообразиях разных размерностей, пользоваться основными теоремами и формулами анализа (формулы Тейлора, Ньютона-Лейбница, Грина, Остроградского, Стокса; теоремы Вейерштрасса, Кантора, Фубини, Лебега, Пуанкаре и др.), владеть основными методами поиска экстремумов;
- владеть навыками решения задач, встречающихся в геометрии, механике, физике, теории оптимизации.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 28 зачетных единиц, 960 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)								Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекции	**Практ. занятия**	**Самост. работа**	**Коллоквиумы**	**Контр. работы**	**Консультации**	**Зачеты**	**Экзамены**	
1.1	Множества и операции с ними. Отображения, образы и прообразы, композиция. Взаимно однозначное соответствие, понятие о мощности.	1	1	2	2	2						
1.2	Счетные множества. Теоремы о бесконечном подмножестве счетного множества, об объединении и произведении счетных множеств. Счетность рациональных чисел. Пример несчетного множества.	1	1	2	2	2						
1.3	Аксиомы действий и порядка в поле рациональных чисел. Аксиома Архимеда и следствия из нее. Представление рациональных чисел десятичными дробями.	1	2	2	2	2						
1.4	Определение иррациональных и вещественных чисел. Сравнение вещественных чисел. Верхние и нижние грани. Теорема о существовании точных верхних и нижних граней. Плотность рациональных и иррациональных чисел.	1	2	2	2	2						
1.5	Определения суммы и произведения вещественных чисел, проверка аксиом упорядоченного поля для вещественных чисел.	1	3	2	2	2						
2.1	Определения предела последовательности на языке окрестностей и языке неравенств, их эквивалентность. Единственность предела. Бесконечные пределы.	1	3	2	2	2						
2.2	Предельный переход в равенстве и неравенстве; пределы суммы, произведения, отношения. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.	1	4	2	2	2						
2.3	Существование предела у монотонной последовательности. Число *e*.	1	4	2	2	2						
2.4	Теорема о вложенных отрезках. Критерий Коши существования конечно-	1	5	2	2	2						

	го предела.											
2.5	Теорема Вейерштрасса о существовании сходящихся подпоследовательностей. Частичные пределы. Теорема о существовании верхних и нижних пределов.	1	5	2	2	2						
3.1	Предельные точки числовых множеств. Определения предела функции на языке окрестностей, неравенств, последовательностей. Их эквивалентность. Критерий Коши существования предела.	1	6	2	0	2		2				Контрольная
3.2	Предельный переход в равенствах и неравенствах. Пределы суммы, произведения и отношения функций.	1	6	2	2	2						
3.3	Непрерывность функции в точке. Определения по Борелю и Гейне. Непрерывность суммы, произведения, частного и суперпозиции. Теорема о пределе суперпозиции.	1	7	2	2	2						
3.4	Односторонние пределы. Пределы монотонных функций. Классификация точек разрыва. Разрывы монотонных функций. Критерий непрерывности монотонной функции, заданной на промежутке.	1	7	2	2	2						
3.5	Теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях на замкнутых промежутках. Теоремы Больцано-Коши о промежуточных значениях. Равномерная непрерывность и теорема Кантора.	1	8	2	2	2						
3.6	Определение обратной функции и теорема о непрерывности обратной функции.	1	8	2	2	2						
3.7	Неравенство Бернулли. Определение и свойства функций a^x, $\log_a x$, x^a. Замечательные пределы при $x\to 0$ выражений $(1+x)^{1/x}$, $\frac{\log_a(x+1)}{x}$, $\frac{a^x - 1}{x}$, $\frac{(1+x)^a - 1}{x}$.	1	9	4	4	2						
3.8	Определение тригонометрических и обратных к ним функций. Замечательный предел $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. Непрерывность тригонометрических и обратных к ним функций.	1	10	4	2	6	4					Коллоквиум
4.1	Определение производной и ее геометрический смысл. Производные функций a^x, x^a, $\sin x$, $\cos x$. Правая и левая производные. Примеры несуществования производных.	1	11	2	2	2						
4.2	Производные суммы, произведения, отношения. Производные $\mathrm{tg}\,x$, $\mathrm{ctg}\,x$.	1	11	2	2	2						
4.3	Понятие дифференциала. Эквивалентность дифференцируемости и существования конечной производной. Производная сложной функции.	1	12	2	2	2						
4.4	Производная обратной функции. Производные $\log x$, $\mathrm{arcsin}\,x$, $\mathrm{arccos}\,x$, $\mathrm{arctg}\,x$, $\mathrm{arcctg}\,x$.	1	12	2	2	2						
4.5	Производные и дифференциалы высокого порядка. Формула Лейбница. Инвариантность формы первого дифференциала и неинвариантность формы высших дифференциалов.	1	13	2	2	2						
4.6	Возрастание и убывание функции в точке. Локальный экстремум и теорема Ферма.	1	13	2	2	2						
4.7	Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и Дарбу.	1	14	2	2	2						
4.8	Условия монотонности функции на промежутке. Достаточные условия локального экстремума.	1	14	2	2	2						

4.9	Символы o и O. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано. Единственность тейлоровского разложения.	1	15	2	2	2						
4.10	Остаток формулы Тейлора в формах Коши и Лагранжа. Разложения основных элементарных функций.	1	15	2	2	2						
4.11	Применение формулы Тейлора к раскрытию неопределенностей и практическим вычислениям. Правило Лопиталя.	1	16	2	2	2						
4.12	Выпуклые функции. Их непрерывность и односторонняя дифференцируемость. Необходимые и достаточные условия выпуклости.	1	16	2	2	2						
4.13	Точки перегиба. Касательная к графику выпуклой функции. Неравенства Иенсена, Юнга, Гельдера и Минковского.	1	17	2	0	2		2				Контрольная
		1				6				5		Зачет
		1				30			5		3	Экзамен
	Итого в 1 семестре			**66**	**60**	**104**	**4**	**4**	**5**	**5**	**3**	
5.1	Сходимость ряда и критерий Коши. Абсолютная сходимость. Признаки сравнения, Даламбера и Коши. Телескопический признак, гармонические ряды.	2	1	2	2	2						
5.2	Преобразование Абеля. Признаки Абеля, Дирихле, Лейбница. Примеры неабсолютно сходящихся рядов.	2	1	2	2	2						
5.3	Свойства абсолютно сходящихся рядов. Теорема Абеля о коммутативности абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана о неабсолютно сходящихся рядах.	2	2	2	2	2						
6.1	Определение первообразной. Теорема об общем виде первообразных на промежутке. Неопределенный интеграл.	2	2	1	0	1						
6.2	Линейность интеграла. Замена переменных и интегрирование по частям. Примеры.	2	2	1	2	1						
6.3	Разложение рациональной дроби в сумму простых дробей. Метод неопределенных коэффициентов. Метод Остроградского.	2	2	2	2	2						
7.1	Разбиения; их суммы, продолжения, диаметры. Понятие определенного интеграла и его геометрический смысл. Ограниченность интегрируемых функций. Пример ограниченной неинтегрируемой функции.	2	3	2	0	2		2				Контрольная
7.2	Суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы, теорема Дарбу.	2	3	2	2	2						
7.3	Критерий интегрируемости. Интегрируемость ограниченных функций с конечным числом разрывов, ограниченных монотонных функций.	2	4	2	2	2						
7.4	Линейность и аддитивность интеграла. Интегрируемость модуля, произведения, отношения интегрируемых функций.	2	4	1	1	1						
7.5	Интегрирование строгих и нестрогих неравенств. Первая теорема о среднем.	2	4	1	1	1						
7.6	Непрерывность и дифференцирование интеграла с переменными пределами интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница.	2	5	2	1	1						
7.7	Интегрирование по частям и замена переменных. Вторая теорема о среднем.	2	5	2	3	3						
8.1	Несобственный интеграл с единственной особой точкой. Примеры. Критерий Коши, признаки сравнения и абсолютная сходимость для несобственных интегралов.	2	6	1	2	2						

8.2	Признаки Абеля и Дирихле. Пример неабсолютно сходящегося интеграла.	2	6	2	2	2	1					
8.3	Несобственные интегралы с конечным числом особых точек. Главное значение несобственного интеграла. Примеры.	2	6	1	1	1						
9.1	Аксиомы линейного векторного пространства. Определение R^n. Линейная независимость и базисы.	2	7	1	0	4	4					Коллоквиум
9.2	Понятие нормы и ее простейшие свойства. Примеры различных норм в R^n, их эквивалентность. Скалярное произведение и его связь с евклидовой нормой.	2	7	1	1	1						
9.3	Открытые и замкнутые шары в R^n. Понятия внутренних, внешних и граничных точек. Определение границы множества. Примеры.	2	7	1	1	1						
9.4	Открытые и замкнутые множества. Их объединения и пересечения. Замкнутость границы любого множества. Замыкание.	2	7	1	1	1						
9.5	Сходимость последовательностей в R^n и ее эквивалентность покоординатной сходимости. Фундаментальные последовательности и критерий Коши.	2	8	2	2	2						
9.6	Понятие предельной точки. Характеризация замкнутых множеств в терминах предельных точек.	2	8	1	1	1						
9.7	Теорема Вейерштрасса о сходящихся подпоследовательностях. Теорема о последовательности вложенных замкнутых множеств.	2	8	1	1	1						
9.8	Теорема Бореля об открытых покрытиях. Понятие компактного множества. Эквивалентные определения компактности в R^n.	2	9	2	2	2						
10.1	Отображения из R^n в R^m, координатные функции. Определения предела отображения по Борелю и Гейне, их эквивалентность.	2	9	2	2	2						
10.2	Определение предела на языке координатных функций. Критерий Коши существования предела.	2	10	2	2	2						
10.3	Алгебраические свойства предела. Теорема о двойном и повторном пределах.	2	10	2	2	2						
10.4	Различные определения непрерывности отображений и их эквивалентность. Теорема об образе компактного множества при непрерывном отображении и следствия из нее (аналоги теорем Вейерштрасса).	2	11	2	2	2						
10.5	Эквивалентность всех норм в R^n. Равномерная непрерывность и теорема Кантора.	2	11-12	4	2	2						
10.6	Линейные отображения, их непрерывность и норма. Примеры норм линейных отображений.	2	12	1	1	1						
10.7	Матрица линейного отображения. Композиция линейных отображений; ее матрица и норма.	2	12	1	1	1						
11.1	Дифференциал отображения в точке. Единственность дифференциала, непрерывность дифференцируемого отображения.	2	13	2	2	2						
11.2	Алгебраические свойства дифференциала. Эквивалентность дифференцируемости отображения и его координатных функций.	2	13	2	2	2						
11.3	Частные производные. Матрица Якоби дифференцируемого отображения. Непрерывность частных производных – достаточное условие дифференцируемости.	2	14	2	2	2						
11.4	Частные производные сложной функ-	2	14	2	2	4		2				Контрольная.

	ции. Производная по направлению, градиент.											
		2				6				5		Зачет.
		2				30			4		3	Экзамен.
	Итого во 2 семестре			**58**	**54**	**98**	**4**	**4**	**4**	**5**	**3**	
12.1	Частные производные высоких порядков. Условия равенства смешанных производных.	3	1	2	2	2						
12.2	Дифференциалы высоких порядков. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа и в интегральной форме.	3	1	2	2	2						
12.3	Экстремумы функций нескольких переменных.	3	2	2	2	2						
12.4	Теорема об обратном отображении (о локальном диффеоморфизме). Дифференцирование обратных отображений.	3	2	2	2	2						
12.5	Теорема о неявных функциях. Примеры.	3	3	2	2	2						
12.6	Определение гладкого многообразия. Явный, неявный и параметрический способы описания многообразий. Примеры.	3	3	2	2	2						
12.7	Теорема об эквивалентности гладких параметризаций.	3	4	1	0	0						
12.8	Касательное пространство и способы его описания.	3	4	1	0	0						
12.9	Условные экстремумы. Обоснование метода множителей Лагранжа.	3	4	2	2	4		2				Контрольная
13.1	Равномерная сходимость для функций нескольких переменнных, функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле.	3	5	4	4	4						
13.2	Теорема о перестановке предельных переходов. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость предельной функции. Теорема Дини.	3	6	4	4	4						
13.3	Предельный переход под знаком суммы ряда. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость рядов с параметрами.	3	7	2	2	2						
13.4	Степенные ряды. Радиус и характер сходимости степенных рядов. Дифференцируемость и интегрируемость степенных рядов. Понятие аналитической функции. Примеры.	3	7	2	2	2						
13.5	Предельный переход под знаком собственного интеграла. Непрерывность и дифференцируемость собственных интегралов с параметрами. Перестановка собственных интегрирований.	3	8	2	2	2						
13.6	Равномерная сходимость несобственных интегралов с параметрами. Критерий Коши. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле.	3	8-9	4	4	4						
13.7	Предельный переход под знаком несобственного интеграла. Непрерывность и дифференцируемость несобственных интегралов с параметрами. Перестановка несобственных интегрирований.	3	9-10	4	2	6	4					Коллоквиум
14.1	Ряд Фурье периодической функции. Формулы для частичной суммы и остатка ряда Фурье. Интеграл Дирихле.	3	10	2	2	2						
14.2	Лемма об осцилляции. Стремление к нулю коэффициентов ряда Фурье. Связь между дифференцируемостью функции и скоростью убывания ее коэффициентов Фурье. Принцип локализации.	3	11	2	2	2						
14.3	Признаки Дини и Липшица сходимости ряда Фурье. Равномерная сходимость. Поведение суммы ряда в точках разрыва исходной функции.	3	11	2	2	2						

14.4	Разложения четных и нечетных функций. Разложения только по синусам и только по косинусам.	3	12	2	2	2						
14.5	Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций тригонометрическими или алгебраическими многочленами.	3	12	2	2	2						
14.6	Интеграл Фурье и сходимость к порождающей его функции. Условия Дини и Липшица.	3	13	2	2	2						
14.7	Преобразование Фурье. Формула обращения. Связь с дифференцированием и сверткой.	3	13	2	2	2						
15.1	Задача о придании точного смысла интуитивным представлениям о площади и объеме; обзор некоторых возможных подходов к ее решению.	3	14	2	0	2		2				Контрольная
15.2	Элементарные множества в R^n и их свойства. Мера элементарных множеств; ее аддитивность, субтрактивность и счетная полуаддитивность.	3	14	2	2	2						
15.3	Внешняя мера и ее свойства.	3	15	2	2	2						
15.4	Мера Лебега. Необходимые и достаточные условия измеримости. Объединения, пересечения и разности измеримых множеств. Счетная аддитивность и непрерывность меры Лебега.	3	15-16	4	4	4						
15.5	Измеримость открытых и замкнутых множеств в R^n. Пример неизмеримого множества.	3	16	2	2	2						
		3				6				5		Зачет
		3				30			5		3	Экзамен
	Итого в 3 семестре			**64**	**58**	**102**	**4**	**4**	**5**	**5**	**3**	
16.1	Измеримые функции. Их аппроксимация ступенчатыми. Измеримость суммы, произведения, предела последовательности измеримых функций.	4	1	4	4	4						
16.2	Сходимость почти всюду. Теорема Егорова.	4	2	2	2	2						
16.3	Физические и механические задачи, приводящие к понятию интеграла. Два подхода к определению интеграла --- при помощи сумм Римана и сумм Лебега.	4	2	2	2	2						
16.4	Определение и простейшие свойства интеграла Лебега по множеству конечной меры.	4	3	4	4	4						
16.5	Счетная аддитивность и абсолютная непрерывность интеграла.	4	4	2	2	2						
16.6	Теоремы Лебега, Леви и Фату о предельном переходе под знаком интеграла. Интеграл по множеству бесконечной меры.	4	4-5	4	4	4						
16.7	Геометрический смысл интеграла. Теорема Фубини. Вычисление объема n-мерного шара.	4	5-6	4	4	4						
16.8	Разбиение единицы. Формула замены переменных в интеграле от непрерывной функции по открытому множеству.	4	6	2	0	2		2				Контрольная
16.9	Вычисление меры образа измеримого множества при диффеоморфизме. Инвариантность меры относительно движений пространства.	4	7	2	2	2						
16.10	Теорема о замене переменных в общем случае.	4	7	2	2	2						
17.1	Формула k-мерного объема k-мерного параллелепипеда в R^n.	4	8	2	2	2						
17.2	Измеримые куски гладких k-мерных многообразий в R^n и формулы для вычисления их k-мерных объемов. Инвариантность формул относительно замены параметров. Интеграл первого рода по измеримому куску k-мерного многообразия.	4	8-9	4	4	4						
17.3	Общее определение k-мерного объ-	4	9-	4	4	4						

	ема и интеграла первого рода по k-мерному многообразию в R^n. Простейшие свойства объемов и интегралов.		10									
17.4	Вычисление внешней нормали к $(n-1)$-мерной поверхности, ограничивающей область в R^n.	4	10	2	0	4	4					Коллоквиум
17.5	Формула интегрирования по частям для интегралов по областям в R^n.	4	11	2	2	2						
17.6	Формулы Грина и Остроградского.	4	11	2	2	2						
17.7	Ориентированные поверхности в R^3 и поверхностный интеграл второго рода.	4	12	2	2	2						
17.8	Поверхность с краем. Индуцированная ориентация края. Формула Стокса. Ротор векторного поля.	4	12-13	4	4	4						
17.9	Потенциальные векторные поля. Независимость криволинейного интеграла от пути – условие потенциальности векторного поля. Теорема Пуанкаре.	4	13-14	4	2	4		2				Контрольная.
						5				5		Зачет
						30			4		3	Экзамен
	Итого в 4 семестре			**54**	**48**	**92**	**4**	**4**	**4**	**5**	**3**	

5. Образовательные технологии

Традиционная лекционно-семинарская система обучения.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

6.1. Перечень заданий для практических занятий и самостоятельной работы

Рекомендуемые задачники:

Д. – Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. АСТ, 558 стр., 2003 г.

О. – Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу. М: Просвещение, 1983, 232 стр.

1-й семестр

1. Элементы теории множеств. О.: 3–7, 10–11.
2. Отображения. О.: 27–29, 32–33, 35–36, 43.
3. Метод индукции, бином Ньютона. Д.: 2, 3, 5, 6, 8, 10, 10.1 а).
4. Вещественные числа. О.: 52. (Можно использовать упражнения 1–5, 6, 10, 13 к параграфу 5 главы 1 книги Л. Берса "Математический анализ" – М: Высшая школа, 1975, т. 1).
5. Границы числовых множеств. Д.: 15–21 (Можно дополнительно взять упражнения 6–10, 23–24 к параграфу 6 главы 1 упомянутой книги Л. Берса).
6. Предел числовой последовательности, критерий Коши. Д.: 82–85, 87–88, 91, 94–95.
7. Раскрытие некоторых типичных неопределенностей. Д.: 58–66.
8. Монотонные последовательности. Д.: 69, 77–81, 75–76.
9. Частичные пределы. Верхний и нижний пределы. Д.: 102, 105, 117, 118, 121–123, 131–132.
10. Предел функции. Раскрытие простейших неопределенностей. Д.: 401, 402, 404–406, 412, 414, 418, 437, 440, 442, 457, 459.
11. Замечательный предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$. Д.: 474, 475, 477, 482, 484, 501, 502.

12. Замечательный предел $\lim\limits_{x\to\infty}(1+1/x)^x=e$. Д.: 511, 517, 519, 522, 525, 526, 529, 541.

13. Непрерывные функции. Д.: 671–73, 741–43, 734, 788–90.

14. Дифференцирование по таблице. Д.: 839, 842, 846, 848, 852, 855, 863, 871, 875, 877, 883, 885, 886, 890, 913, 915, 921, 924.

15. Производные высокого порядка. Д.: 1158–59, 1162–63, 1169, 1189, 1191, 1194, 1203, 1206.

16. Теоремы Ролля и Лагранжа. Д.: 1238, 1240, 1241, 1251, 1254, 1256, 1259–60.

17. Возрастание и убывание функции. Д.: 1269, 1271, 1275, 1277, 1288–90.

18. Экстремумы. Д.: 1431, 1434, 1436–38, 1456, 1462, 1466–67.

19. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано. Д.: 1377–87.

20. Формула Тейлора с остатками в формах Коши и Лагранжа. Д.: 1394, 1396–97.

21. Выпуклость. Д.: 1300, 1302, 1304, 1306, 1311–14.

22. Исследование функций с построением графиков. Д.: 1472–73, 1477, 1488, 1495, 1507, 1512, 1518.

2-й семестр

1. Числовые ряды, абсолютная сходимость, признаки сравнения. Д.: 2557–64, 2569, 2573–74, 2576.

2. Признаки Коши и Даламбера. Д.: 2578–83, 2586–87, 2589.

3. Признаки Абеля и Дирихле. Д.: 2667, 2670, 2676, 2680, 2682, 2698, 2698.1.

4. Интегрирование по таблице методом разложения. Д.: 1629, 1631, 1634, 1642, 1648, 1650, 1725, 1729.

5. Метод подстановки. Д.: 1656, 1658, 1661, 1668, 1676, 1682, 1687, 1697, 1703, 1709.

6. Интегрирование по частям. Д.: 1791, 1793, 1796, 1799, 1802, 1804, 1809, 1812, 1819, 1826, 1828.

7. Интегрирование рациональных выражений. Д.: 1866, 1869, 1872, 1876, 1881–84.

8–9. Иррациональные выражения и подстановки Эйлера. Д.: 1927, 1932, 1933, 1966, 1968, 1970, 1981, 1983, 1986.

10. Тригонометрические выражения. Д.: 1991–2000, 2013, 2017, 2026, 2029, 2032, 2038.

11. Вычисление определенных интегралов с помощью интегральных сумм. Д.: 2185, 2186, 2187, 2195–97, 2200–01, 2203, 2205.

12. Формула Ньютона–Лейбница, интегрирование по частям. Д.: 2216–18, 2232–33, 2237, 2239, 2241, 2243.

13. Замена переменных. Д.: 2250, 2251, 2253, 2255, 2257–58, 2260–61, 2265.

14. Теоремы о среднем. Д.: 2316, 2321.1, 2326, 2328, 2329, 2330, 2332.

15. Понятие несобственного интеграла. Д.: 2335–37, 2346, 2348, 2357, 2384–86.

16. Абсолютная сходимость, признаки сравнения. Д.: 2358–62, 2371–72, 2374.

17. Признаки Абеля и Дирихле. Д.: 2378–81, 2368.

18. Открытые и замкнутые множества. О.: 150–153, 162–163, 165, 178, 182, 187.

19. Граница, замыкание. О.: 155–157, 168, 214, 282, 291.

20. Компактность. О.: 313, 317, 319, 323, 339–340, 343–344.

21. Пределы функций многих переменных. Д.: 3181–83.2, 3185–91.

22–23. Непрерывность функций и отображений. Д.: 3195–96, 3202–03, 3205–08; О.: 503–504, 507, 519, 524, 526, 531, 576–77.

24. Частные производные. Д.: 3212.1–3, 3229–31, 3233, 3257–58, 3263–64.

25. Дифференцируемость. Производная по направлению, градиент. Д.: 3251–53, 3236–38, 3242, 3341–42, 3346, 3350.

26. Дифференцирование сложной функции. Д.: 3288–3302, 3305, 3307–3309.

3-й семестр

1. Формула Тейлора. Д.: 3585–88, 3590, 3593–3600.

2. Непрерывные отображения. О.: 576–578, 584–587, 592–593, 595–597.

3. Сжимающие отображения. Обратные отображения. О.: 607–608, 610–611; Д.: 3369–3370.

4. Дифференцирование обратных отображений. Д.: 1034–37, 3407–10, 3414–15.

5. Неявные функции. Д.: 3371, 3374, 3379, 3383–85, 3389, 3401–04.

6–7. Замена переменных. Д.: 3431, 3433, 3436, 3440, 3447, 3450, 3460, 3462, 3465, 3470, 3471, 3474, 3476.

8. Экстремумы. Д.: 3624, 3627--28, 3633, 3639, 3643.

9–10. Условные экстремумы. Д.: 3655, 3657.1, 3659, 3661, 3663, 3663.16 3667–71.

11. Равномерная сходимость последовательностей. Д.: 2746–48, 2751, 2754, 2756, 2760–62.

12. Равномерная сходимость рядов. Признак Вейерштрасса. Д.: 2744, 2745, 2767–69, 2771, 2772, 2774, 2788–91.

13. Признаки равномерной сходимости Абеля и Дирихле. Непрерывность суммы ряда Д.: 2775–78, 2780–81, 2783, 2792–97.

14. Дифференцирование и интегрирование рядов. Д.: 2796–2805, 2809–10.

15. Радиус сходимости степенного ряда. Разложение аналитических функций в степенные ряды. Д.: 2813, 2816, 2825, 2828, 2829, 2851–62.

16. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Д.: 2869–72, 2906, 2908, 2911, 2913, 2932.

17. Собственные интегралы с параметром. Д.: 3713, 3718, 3732–35, 3737–38.

18. Равномерная сходимость несобственных интегралов. Признак Вейерштрасса. Д.: 3751, 3754–55.3, 3757, 3759, 3760.1, 3762–63, 3766–67, 3769.

19. Признаки Дирихле и Абеля. Д.: 3756, 3758, 3760, 3761, 3764–65, 3768.

20. Дифференцирование и интегрирование несобственных интегралов с параметрами. Д.: 3793–3800.

21. Интегралы Пуассона и Дирихле. Д.: 3803, 3805, 3807–09, 3813.

22. Эйлеровы интегралы. Д.: 3843, 3845, 3847, 3848, 3852, 3854, 3856, 3860.

23–24. Ряды Фурье. Д.: 2938–51, 2963, 2974–85.

25–26. Преобразование Фурье. Д.: 3881, 3885, 3887, 3896–3900.

27–28. Мера Лебега. О.: 407, 416, 420, 422, 423–425, 427–430, 434–436, 441, 446–448.

4-й семестр

1. Измеримые функции. О.: 679–683, 685, 689, 691, 692, 693.

2. Сходимость почти всюду и сходимость по мере. О.: 696, 697, 699–701.

3. Понятие интеграла Лебега и его сравнение с интегралом Римана. О.: 713, 714, 717, 723, 731, 732, 735.

4–6. Формулировка теоремы Фубини и ее применение. Д.: 3916–33, 3924–30, 3932–36, 4076–83, 4202–03, 4214–15.

7–9. Замена переменных в кратном интеграле. Д.: 3943–47, 3956–61, 4087–92, 4204–4212.

10–11. Интегралы от неограниченных функций и по множествам бесконечной меры. Д.: 4161–65, 4168–74, 4181–85, 4191–93, 4196–98.

12. Приложения кратных интегралов. Д.: 4107–4110, 4112–14, 4116, 4120.

13. Криволинейный интеграл первого рода. Д.: 4221, 4223, 4225, 4228, 4233, 4234, 4237–40.

14. Криволинейный интеграл второго рода. Д.: 4250–57, 4279–83.

15–16. Двухмерная поверхность. Площадь поверхности. Д.: 3540, 3543, 3546, 3548–51, 3555, 3560, 4036–4045.

17. Поверхностный интеграл первого рода. Д.: 4342–50, 4352–55, 4358, 4360, 4361.

18. Ориентация поверхности. Поверхностный интеграл второго рода. Д.: 4362–66.

19–21. Формулы Грина, Остроградского, Стокса. Д.: 4298, 4299, 4303, 4307, 4309–13, 4323–25, 4367–74, 4376, 4377, 4381–85, 4387–90, 4392.

22. Полные дифференциалы. Теорема Пуанкаре. Д.: 4263–64, 4267, 4272–73, 4284–86, 4290–92.

23–24. Элементы теории поля. Д.: 4408, 4410, 4419, 4421, 4422, 4425, 4426, 4436, 4441, 4443, 4452.4, 4454, 4457.

6.2. Примеры экзаменационных билетов

1-й семестр

Билет №1

1. Определение счетного множества. Теоремы об объединении и произведении счетных множеств.
2. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано.

Билет № 2

1. Счетность множества рациональных чисел. Пример несчетного множества.
2. Дифференцирование обратной функции. Производные арксинуса и арктангенса.

Билет № 3

1. Аксиома Архимеда и следствия из нее.
2. Теоремы о среднем Коши и Лагранжа.

2-й семестр

Билет №1

1. Признаки сравнения, Коши и Даламбера для числовых рядов.
2. Теорема о последовательности вложенных замкнутых множеств.

Билет № 2

1. Телескопический признак сходимости рядов, гармонические ряды.
2. Теорема Бореля об открытых покрытиях.

Билет № 3

1. Лемма Абеля.
2. Теорема о замкнутости и ограниченности компактных множеств.

3-й семестр

Билет №1

1. Теорема об обратном отображении (существование).
2. Перестановка собственных интегрирований.

Билет № 2

1. Теорема об обратном отображении (дифференцирование).
2. Признак Абеля равномерной сходимости несобственных интегралов.

Билет № 3

1. Теорема о неявных функциях.
2. Признак Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов.

4-й семестр

Билет № 1

1. Понятие измеримой функции. Эквивалентные определения измеримости в терминах прообразов различных промежутков. Измеримость непрерывных функций.
2. Замена переменных в интеграле Лебега (случай суммируемых функций).

Билет № 2

1. Измеримость супремума, инфимума и предела последовательности измеримых функций.
2. Мера образа прямоугольника при диффеоморфизме.

Билет № 3

1. Приближение измеримых функций равномерно сходящимися последовательностями ступенчатых функций.
2. Образ множества нулевой меры при диффеоморфизме.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В трех томах. Том 1. Издание 9: Издательство «Лань», 608 стр., 2009 г.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В трех томах. Том 2. Издание 9: Издательство «Лань», 800 стр., 2009 г.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В трех томах. Том 3. Издание 9: Издательство «Лань», 656 стр., 2009 г.
4. Никольский С.М. Курс математического анализа – М.: Физматлит, 2001. – 592 стр. Шестое издание.
5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. Издание 7: Физматлит, 572 стр., 2009 г.
6. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: АСТ, 558 стр., 2003 г.

б) дополнительная литература:

1. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Том I. 24-е издание: BHV-СПб, 624 стр., 2008 г.
2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Том II. 24-е издание: BHV-СПб, 848 стр., 2008 г.
3. А. Картан. Дифференциальное исчисление. Дифференциальные формы. Перевод с французского. Издание 2: Эдиториал УРСС, 392 стр., 2004 г.
4. Л. Шварц. Анализ. Том I. Перевод с французского. М.: Мир, 1972, 824 стр.
5. Л. Шварц. Анализ. Том II. Перевод с французского. М.: Мир, 1972, 528 стр.
6. Очан Ю.С. Сборник задач и теорем по теории функций действительного переменного. М.: Просвещение, 1983, 232 стр.
7. Дьедонне Ж. Основы современного анализа: Пер. с англ. – М.: Мир, 1964. – 430 стр.
8. Рудин У. Основы математического анализа: Пер. с англ. В.П. Хавина. – Изд. 2-е, стереотип. – М.: Мир, 1976. – 321 стр.
9. Спивак М. Математический анализ на многообразиях: Пер. с англ. И.А. Березанского / Под ред. Д.А. Райкова. – М.: Мир, 1968. – 165 стр.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

- Ноутбук, медиа-проектор, экран.
- Программное обеспечение для демонстрации слайд-презентаций.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлениям «010400 – Прикладная математика и информатика» и «010800 – Механика и математическое моделирование».

Автор: __Белоносов Владимир Сергеевич, д.ф.-м.н., профессор ММФ НГУ, зав. лаб. ИМ СО РАН

Рецензент (ы) ____

____

Программа одобрена на заседании ______________________________
(Наименование уполномоченного органа вуза (УМК, НМС, Ученый совет)

от ___________ года, протокол № _______