МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Новосибирский государственный университет» (НГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

____

"_____"_______________20__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Денотационная семантика языков программирования»

Общеобразовательная программа магистратуры
«Денотационная семантика языков программирования»

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ
010200 «МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ»

Квалификация (степень) выпускника
Магистр

Форма обучения очная

Новосибирск – 2014

Аннотация рабочей программы

Программа дисциплины «Денотационная семантика языков программирования» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО к структуре и результатам освоения основных образовательных программ по направлению подготовки 010200 «Математика и компьютерные науки», а также задачами, стоящими перед Новосибирским государственным университетом по реализации Программы развития НГУ. Дисциплина реализуется на Механико-математическом факультете Новосибирского государственного университета кафедрой дискретной математики и информатики ММФ НГУ.

Содержание дисциплины охватывает продвинутые по отношению к базовому курсу вопросы теории вычислимости, формирует новые взгляды на понятие алгоритма и программы.

Дисциплина нацелена на формирование общекультурных компетенций ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-8; профессиональных компетенций ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-8, ПК-11, ПК-12 выпускника.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса – лекции и самостоятельная работа студента; вид контроля – экзамен (9 семестр).

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 академических часов (из них 36 аудиторных). Программой дисциплины предусмотрены 36 часов лекционных занятий, а также 36 часов самостоятельной работы студентов и 36 часов на экзамен.

Автор: Морозов Андрей Сергеевич, д.ф.-м.н. по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел, профессор по кафедре информатики.

Механико-Математический Факультет
Кафедра дискретной математики и информатики

1. Цели освоения дисциплины (курса).

Основная цель дисциплины (курса) «Денотационная семантика языков программирования» – изучить базовые результаты, относящиеся к лямбда-исчислению и его семантикам, являющимися теоретической основой функционального программирования и используемым при построении денотационной семантики языков программирования, в которой программе сопоставляется в качестве денотата некоторый элемент из полного частично упорядоченного множества. Лямбда-исчисление также имеет весьма широкое применение в теоретической информатике и основаниях математики, и одной из целей курса ставится научить студентов видеть программы через призму доменов, расширить математический кругозор, поднять уровень общей математической подготовки.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Курс «Денотационная семантика языков программирования» входит в «Профессиональный цикл – Базовая (общепрофессиональная) часть» основной образовательной программы по направлению «Математика и компьютерные науки» (федеральный государственный образовательный стандарт 010200 «Математика и компьютерные науки», квалификация (степень) «магистр», утвержден приказом № 760 Министерства образования и науки Российской федерации от 21 декабря 2009 г.). Для освоения данного курса студент должен иметь хорошие знания в фундаментальных математических дисциплинах таких, как теория множеств, высшая алгебра, теория алгоритмов, математическая логика и др. Освоение курса «Денотационная семантика языков программирования» позволит получить углубленное понимание основных фундаментальных концепций современного теоретического программирования (theoretical computer science) и современных оснований математики, и в дальнейшем применять их в теоретических исследованиях, а также дает математические основы для концептуальнго понимания современных языков функционального программирования.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины курса «Денотационная семантика языков программирования»:

общекультурные компетенции (ОК):

- способность иметь представление о современном состоянии и проблемах прикладной математики и информатики, истории и методологии их развития (ОК-2);

- способность использовать углубленные теоретические и практические знания в области прикладной математики и информатики (ОК-3);

- способность самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение (ОК-4);

- способность порождать новые идеи и демонстрировать навыки самостоятельной научно-исследовательской работы и работы в научном коллективе (ОК-5);

- способность совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень, добиваться нравственного и физического совершенствования своей личности (ОК-6);

- способность свободно пользоваться русским и иностранным языками как средством делового общения; способность к активной социальной мобильности (ОК-8);

профессиональные компетенции (ПК):

- способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты (ПК-1);

- способность разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (ПК-2);

- способность углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности (ПК-3);

- посещать лекционные занятия спецкурсов по профилю специализации (ПК-8);

- способность работать в международных проектах по тематике специализации (ПК-11);

- способность участвовать в деятельности профессиональных сетевых сообществ по конкретным направлениям (ПК-12);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- Знать: основные теоремы о лямбда-исчислении: теорему Черча-Россера, теорему о неподвижной точке, теоремы о представимости вычислимых функций в лямбда-исчислении, теоремы об алгоритмической неразрешимости проблемы существования нормальной формы, об алгоритмической неразрешимости проблемы бета-эквивалентности термов, теорему о сильной нормализации типизируемых термов; свойства категории полных частично упорядоченных множеств, построение семантики Скотта и связанные с ней математические концепции, теорему о характеризации доменов Ершова-Скотта через информационные системы Скотта; понимать связь между лямбда-исчислением и языками программирования.

- Уметь: правильно интерпретировать записанные в сокращенном виде лямбда-термы и правильно их редуцировать, представлять некоторые несложные вычислимые функции термами лямбда-исчисления и понимать, как это можно сделать для любой вычислимой всюду определенной функции, выделять множества компактных элементов в различных примерах доменах Ершова-Скотта, представлять операторы над функциями в виде лямбда-термов, иметь представление об интерпретации программ лямбда-термами.

- Владеть: методом распознавания альфа-эквивалентности термов, процедурами бета-редукции и бета-контракции, методом типизации терма, исходя из типизации переменных, методом представления рекурсивных функций в лямбда-исчислении, методом установления типизируемости терма при заданной типизации переменных.

4. Структура и содержание дисциплины <u>«Денотационная семантика языков программирования».</u>

Общая трудоемкость дисциплины составляет __2___ зачетных единицы, __72____ часа.

No. пп	**Раздел дисциплины**	**Семестр**	**Неделя семестра**	**Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоёмкость (в часах)**			**Фомы текущего контроля успеваемости** ***(по неделям семестра)*** **Форма промежуточной аттестации** ***(по семестрам)***
				лекции	Самостоятельная работа	сумма	
1	**БЕСТИПОВОЕ ЛАМБДА-ИСЧИСЛЕНИЕ.** ВВЕДЕНИЕ. ЛАМБДА-ТЕРМЫ, ПОДТЕРМЫ, СВОБОДНЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ, СВОБОДНЫЕ И СВЯЗАННЫЕ ВХОЖДЕНИЯ. АЛЬФА-ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ, ТЕРМ СВОБОДНЫЙ ДЛЯ ПОДСТАНОВКИ, ЛЕММА О СЛОЖНОЙ ПОДСТАНОВКЕ. БЕТА-КОНТРАКЦИИ И БЕТА-РЕДУКЦИИ, ИХ БАЗОВЫЕ СВОЙСТВА. НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ. ФОРМУЛИРОВКА ТЕОРЕМЫ ЧЕРЧА-РОССЕРА И НЕКОТОРЫЕ ЕЕ СЛЕДСТВИЯ. ЕДИНСТВЕННОСТЬ НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЫ. БЕТА-ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ. НАЧАЛО ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМЫ ЧЕРЧА-	9	1	8	8	16	

	РОССЕРА: ОБСУЖДЕНИЕ ПРЕДПОЛАГАЕМЫХ НО НЕУДАЧНЫХ ИДЕЙ ДЛЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РЕДУКЦИИ. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ В ВИДЕ АКСИОМАТИЧЕСКОЙ ФОРМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ. ЛЕММА О ПОДСТАНОВКЕ ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РЕДУКЦИИ. ЛЕММА О РАЗБОРЕ СЛУЧАЕВ ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РЕДУКЦИИ, ЛЕММА О КОНФЛЮЭНТНОСТИ ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РЕДУКЦИИ. ЗАВЕРШЕНИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМЫ ЧЕРЧА-РОССЕРА.						
2	**ЛАМБДА-ИСЧИСЛЕНИЕ КАК ЯЗЫК ПРОГРАММИРОВАНИЯ** НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА ЧЁРЧА, ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДСТАВИМЫХ ФУНКЦИЙ, ПОВТОРЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ИЗ ТЕОРИИ АЛГОРИТМОВ (ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ВЫЧИСЛИМЫХ ОПЕРАТОРОВ НАД ФУНКЦИЯМИ, ВЫЧИСЛИМЫЕ ФУНКЦИИ). ТЕОРЕМА КЛИНИ О НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ И ЕЁ СЛЕДСТВИЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВСЮДУ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ФУНКЦИЙ. ПРИМЕРЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЛАМБДА-ТЕРМАМИ (ОТНИМАНИЕ ЕДИНИЦЫ, СЛОЖЕНИЕ, УМНОЖЕНИЕ). КОМБИНАТОР НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКИ, ТЕОРЕМА О НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКЕ ДЛЯ ЛАМБДА-ТЕРМОВ И ЕЁ ВАРИАНТЫ И СЛЕДСТВИЯ. ПРЕДСТАВИМОСТЬ ПРОСТЕЙШИХ ФУНКЦИЙ, ПРЕДСТАВИМОСТЬ ОПЕРАТОРОВ СУПЕРПОЗИЦИИ, ПРИМИТИВНОЙ РЕКУРСИИ И МИНИ-	9		8	8	16	

	МИЗАЦИИ ОТ ПРЕДСТАВИМЫХ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ЛАМБДА-ТЕРМОВ. ГЁДЕЛЕВА НУМЕРАЦИЯ ЛАМБДА-ТЕРМОВ. НЕРАЗРЕШИМОСТЬ ПРОБЛЕМЫ СУЩЕСТВОВАНИЯ НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЫ ДЛЯ ЛАМБДА-ТЕРМОВ. НЕРАЗРЕШИМОСТЬ ПРОБЛЕМЫ БЕТА-ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ДЛЯ ЛАМБДА-ТЕРМОВ.						
3	**ТИПИЗИРОВАННОЕ ЛАМБДА-ИСЧИСЛЕНИЕ.** ПРОСТЕЙШИЕ ТИПЫ, ТИПИЗАЦИЯ ПЕРЕМЕННЫХ И ТЕРМОВ. СИЛЬНАЯ НОРМАЛИЗУЕМОСТЬ ДЛЯ ТИПИЗИРУЕМЫХ ЛАМБДА-ТЕРМОВ. ЕДИНСТВЕННОСТЬ ТИПИЗАЦИИ ЛАМБДА-ТЕРМОВ ПРИ ДАННОЙ ТИПИЗАЦИИ ПЕРЕМЕННЫХ. СОХРАНЕНИЕ ТИПА ПРИ БЕТА-РЕДУКЦИИ.	9		2	2	4	
4	**СЕМАНТИКА СКОТТА-ЕРШОВА ДЛЯ ЛАМБДА-ИСЧИСЛЕНИЯ.** ПОЛНЫЕ ЧАСТИЧНО-УПОРЯДОЧЕННЫЕ МНОЖЕСТВА И ТОПОЛОГИЯ СКОТТА. КРИТЕРИЙ НЕПРЕРЫВНОСТИ В ТОПОЛОГИИ СКОТТА. МОНОТОННОСТЬ НЕПРЕРЫВНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ. ДЕКАРТОВЫ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ПЧУМОВ, ПЧУМЫ НЕПРЕРЫВНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ, ИЗ СВОЙСТВА. ТЕОРЕМЫ О НЕПРЕРЫВНОСТИ ФУНКЦИЙ ОТ ДВУХ АРГУМЕНТОВ, НЕПРЕРЫВНОСТИ ОПЕРАЦИИ АППЛИКАЦИИ И ОПЕРАЦИИ ЛАМБДА-	9		10	10	20	

	АБСТРАКЦИИ. МОДЕЛИ СКОТТА. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЛЮБЫХ n-АРНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ОДНОГО ЭЛЕМЕНТА. СЕМАНТИКА СКОТТА ДЛЯ ЛАМБДА-ТЕРМОВ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ. ТЕОРЕМА КОРРЕКТНОСТИ.						
5	**ГРАФИКОВАЯ МОДЕЛЬ ЛАМБДА-ИСЧИСЛЕНИЯ.**	9		2	2	4	
6	**ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СКОТТА.** ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СКОТТА И ДОМЕНЫ СКОТТА. ТЕОРЕМА О СООТВЕТСТВИИ МЕЖДУ ЭТИМИ СТРУКТУРАМИ.	9		2	2	4	
	ВСЕГО ЧАСОВ			36	36	72	

Современная теоретическая информатика немыслима без лямбда-исчисления, дающего основу для многих теоретических конструкций, а его семантика, предложенная Д. Скоттом и развитая Ю.Л.Ершовым с помощью теории нумераций, является универсальной и важнейшей среди семантик языков программирования. Важно отметить, что само лямбда-исчисление, предложенное в свое время А.Чёрчем, претендовало на роль одного из средств обоснования математики, со временем проиграв в этом формальной теории множеств ввиду кажущейся меньшей наглядности и большой комбинаторной сложности. Однако, впоследствии лямбда-исчисление нашло свое применение в теоретической информатике и даже фактически было реализовано на компьютере в виде реально существующего языка функционального программирования LISP, напрямую использующего синтаксис лямбда-исчисления. Это исчисление также находит свое непосредственное применение в функциональных языках программирования. К сожалению, сегодня на русском языке существует только два руководства по лямбда-исчислению, изданные массовым тиражом, и то довольно давно. Поэтому курс сопровождается учебным пособием автора, выложенным в интернете, содержащим подробное изложение всего лекционного материала, которое постоянно совершенствуется.

Курс “Денотационная семантика языков программирования” дает представление о базовых фактах, связанных с этим исчислением, и содержит строгое и подробное построение его семантики в виде полных частично упорядоченных множеств, предложенной Д.Скоттом. Знание этого материала необходимо для научно-исследовательской работы в теоретической информатике. Курс характеризуется математической строгостью изложения и логической стройностью.

Данный курс делится на шесть основных частей. В первой из них, посвященной бестиповому лямбда-исчислению, определяется синтаксис исчисления и связанные с ним понятия и полностью доказывается фундаментальная теорема Чёрча-Россера, делающая возможным использование лямбда-исчисления в виде языка программирования.

Во второй части показано, как можно использовать лямбда-исчисление в качестве языка программирования. Для этого определяются аналоги натуральных чисел (натуральные числа Чёрча), даётся определение определение представимых функций. После необходимых напоминаний из теории алгоритмов (Теорема Клини о нормальной форме), знание которых у слушателей предполагается, доказывается представимость в лямбда-исчислении любых всюду определенных рекурсивных функций. В частности, демонстрируется один из известных курьёзных результатов в математике, когда простая операция (отнимание 1) оказывается весьма сложно реализуемой. При этом сегодня используется более современное и более простое доказательство по сравнению с первоначальным. Тем не менее, даже это доказательство не является простым. Доказывается теорема о неподвижной точке через комбинатор неподвижной точки. После этого доказывается алгоритмическая неразрешимость проблем существования нормальной формы и проблемы бета–эквивалентности для лямбда-термов.

В третьей части рассматривается типизированное лямбда-исчисление, доказывается сохранение типов при бета-редукции и без доказательства сообщается теорема о сильной нормализации типизируемых термов.

В четвертой части подробно рассматривается построение модели Скотта для лямбда-исчисления, построение которой в курсах обычно предпочитают опускать ввиду его сложности. Сначала определяются полные частично упорядоченные множества (пчум), вводится топология Скотта, доказывается критерий непрерывности отображения в топологии Скотта. После этого доказываются некоторые категорные свойства пчумов, теорема о непрерывности функций от двух аргументов, теорема о непрерывности аппликации, теорема о непрерывности лямбда–абстракции. После этого мы приступаем к построению пчума Скотта, изоморфного пчуму всех непрерывных отображений из него в себя. На основании этого свойства определяется семантика Скотта для лямбда–термов и доказывается теорема о сохранении бета–эквивалентности и семантики Скотта (теорема корректности).

В пятой части курса приводится пример модели, основанной на теоретико-рекурсивных операторах перечисления и обсуждаются её свойства и отличие от семантики Скотта.

В шестой части рассматриваются абстрактные информационные системы Скотта и показывается их связь с доменами Ершова Скотта — частным но весьма удобным и распространенным случаем пчумов.

ЛЕКЦИИ:

Раздел 1. Бестиповое Лямбда-исчисление (8 часов)

<u>Лекция 1</u>

Введение. Синтаксис. Лямбда–термы. Подтермы. Вхождение подтерма в терм. Множество свободных переменных терма. Свободные и связанные вхождения переменных, а также области действия для оператора Лямбда. Альфа-эквивалентность лямбда–термов (определение в стиле Бурбаки). Терм свободный для подстановки, обсуждение данного определения. Операция подстановки терма в терм вместо всех свободных вхождений переменной. Свойства сложной подстановки.

<u>Лекции 2-4</u>

Бета-контракции и бета-редукции. Редексы. Нормальные формы. Примеры. Нормализуемые термы. Теорема Чёрча–Россера (доказательство через параллельные редукции и их свойства). Единственность нормальной формы. Бета-эквивалентность и ее свойства.

Раздел 2. Лямбда-исчисление как язык программирования (8 часов)

<u>Лекция 5</u>

Натуральные числа Чёрча и определение представимых функций. Теорема Клини о нормальной форме (напоминание, без доказательства). Простейшие примеры. Формулировка теоремы о представимости вычислимых функций с помощью лямбда-термов. Термы <u>True</u>, <u>False</u>, <u>Cond</u> и их свойства.

<u>Лекция 6</u>

Свойства терма <u>IsNull</u>. Отнимание 1 в лямбда–исчислении. Дальнейшие примеры функций и представляющих термов (термы, представляющие сложение и умножение).

<u>Лекция 7</u>

Теорема о неподвижной точке и её следствия и варианты. Представимость в лямбда-исчислении простейших функций. Представимость результатов применения композиции, примитивной рекурсии мю–оператора к представимым функциям. Порождаемость термов, представляющих вычислимые, функции в виде композиции термов, представляющих простейшие функции и термов для операторов S, R и M.

Лекция 8

Гёделева нумерация лямбда-термов. Неразрешимость проблемы существования нормальной формы лямбда-термов. Неразрешимость проблемы проблемы бета–эквивалентности для лямбда-термов.

Раздел 3. Типизированное лямбда-исчисление (2 часа)

Лекция 9

Простые и составные типы. Правила приписывания типов. Типизируемые термы. Нетипизируемые термы. Единственность типизации лямбда-термов при заданной типизации переменных. Зависимость существования типизации лямбда-термов от типизации переменных. Примеры. Сохранение типа при бета–редуцировании типизированных термов. Определение сильной нормализации. Теорема о сильной нормализации типизируемых термов (без доказательства).

Раздел 4. Семантика Скотта-Ершова для лямбда-исчисления (10 часов)

Лекция 10

Направленные множества. Полные частично упорядоченные множества (пчум). Топология Скотта для пчум. Критерий непрерывности отображения в топологии Скотта. Монотонность непрерывных отображений. Декартовы произведения семейств пчум, определение в них наименьшего элемента, точной верхней грани направленного семейства отображений.

Лекция 11

Пчум всех непрерывных отображений полных чум. определение в них наименьшего элемента, точной верхней грани направленного семейства отображений. Теорема о непрерывности функций от двух аргументов. Теорема о непрерывности операции применения непрерывного отображения к элементу пчум. Теорема о непрерывности оператора лямбда–абстракции.

Лекция 12

Определение проекции полных чумов. Ретракты и ретракции. Поведение наименьших элементов относительно проекций. Дальнейшие свойства проекций полных чумов. Перенесение проекций с полных чум на пчумы их непрерывных отображений. Построение пчум D_∞ как предела системы проекций.

Лекция 13

Определение операции $\cdot$ **.** Доказательство её непрерывности. Теорема о функциональной полноте. Построение пчума, изоморфного и гомеоморфного пчуму всех непрерывных отображений в себя. Представление на нем любых n-арных непрерывных функций с помощью операции · посредством одного элемента.

Лекция 14

Определение семантики Скотта для лямбда–термов. Доказательство корректности определения. Теорема о связи бета–эквивалентности и семантики Скотта.

Раздел 5. Графиковая модель лямбда-исчисления (2 часа)

Лекция 15

Кодирование операторов на множествах натуральных чисел с помощью множеств. Определение графиковой модели и её отличие от модели Скотта-Ершова. Определение семантики лямбда-термов для графиковой модели.

Раздел 6. Информационные системы Скотта. (2 часа)

Лекция 16

Определение информационных систем Скотта. Состояния информационной системы. Компактные элементы пчум. Домены Ершова–Скотта. Определение. Связь доменов Ершова–Скотта и информационных систем Скотта: всякий домен Ершова-Скотта можно представить как множество состояний некоторой информационной системы Скотта, а множество состояний всякой информационной системы Скотта всегда является доменом Ершова-Скотта.

5. Образовательные технологии.

Лекционный материал включает в себя все темы, перечисленные в структуре курса. Курс основан как на классических так и на современных работах по лямбда-исчислению. Теоретический материал иллюстрируется примерами. При изложении материала лектор стремится дать не только формальное представление материала и формальные доказательства, но и изложить мотивацию тех или иных определений, показать философско-методологическое значение того или иного результата, обрисовать его роль для обоснования математики. Изложение лекций предполагает диалог со слушателями, неформальные консультации до и после лекции а также по требованию. В начале каждой лекции выделяется 5-10 минут для напоминания содержания предыдущей лекции, ответов на вопросы студентов. В интернете имеется пособие, содержащее подробное изложение всего материала курса.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа студентов состоит в том, что студенты дома прорабатывают материал прошедшей лекции. Для успешной самостоятельной работы создано учебное пособие, содержащее подробное изложение лекционного материала со всеми определениями и доказательствами. По ходу чтения лекций студентам предоставляются консультации.

Примерные вопросы для проверки

1. Является ли выражение xxx ламбда-термом? Каковы его подтермы?

2. Указать свободное и связанное вхождение x в терм $(\lambda x.xx)x(\lambda y.y)$.

3. Образует ли пчум множество рациональных чисел с естественным порядком?

4. Образует ли пчум множество вещественных чисел с естественным порядком?

5. Что является состоянием информационной системы Скотта, в которой множество основных фактов есть множество всех формул исчисления высказываний, отношение следования есть отношение выводимости, а множество Con состоит из всех совместных конечных множеств таких формул?

6. Привести к нормальной форме терм $(\lambda xyz.xyz)(\lambda uv.u)(\lambda\ x.xx)(\lambda\ x.xx)$

7. Является ли терм $(\lambda\ x.xx)(\lambda\ x.xx)y$ нормальной формой?

8. Привести пример монотонной но не непрерывной функции из пчум в пчум.

9. Привести пример пчум и его элемента a такого, что множество $\{x|\ a \leq x\}$ не является открытым в топологии Скотта.

10. Привести пример двух компактных элементов a и b, не имеющих точной верхней грани.

11. Рассмотрим множество всех непустых, замкнутых и ограниченных подинтервалов в вещественном интервале [0,1] с отношением, обратным ко включению. Является ли данное множество пчум? Почему?

12. Какие множества натуральных чисел называются вычислимо неотделимыми?

13. Какой ламбда-терм называется комбинатором?

14. Что такое проекция пчумов?

15. Что такое редекс?

16. Сформулировать теорему Чёрча-Россера.

17. Какой терм называется сильно нормализуемым?

18. Написать терм, являющийся комбинатором неподвижной точки. Каковы его свойства?

19. Дать определение параллельной редукции.

20. Как определяется семантика ламбда-термов для модели Скотта? Что является значением замкнутого терма?

21. Сформулировать определение функции, представимой в ламбда-исчислении.

22. Сформулировать определение информационной системы Скотта.

23*. Пусть F – упорядоченное множество с наименьшим элементом, у которого любая пара совместных элементов имеет точную верхнюю грань в F. Образует ли семейство направленных подмножеств F пчум? Если да, то каковы его компактные элементы?

24. Привести пример терма, который при одной типизации получает тип, а при другой нет.

Примерный перечень вопросов к экзамену.

1. λ -Термы. Подтермы. Вхождение подтерма в терм. Множество свободных переменных терма. Свободные и связанные вхождения переменных.

2. α-Эквивалентность λ-термов.

3. Терм свободный для подстановки. Операция подстановки терма в терм вместо всех свободных вхождений переменной. Свойства подстановки.

4. Редексы. β-Редукции. Нормальные формы. Нормализуемые термы.

5. Определение параллельной редукции и её простейшие свойства.

6. Теорема о подстановке для параллельной редукции.

7. Конфлюэнтность параллельной редукции.

8. Теорема Чёрча—Россера. Единственность нормальной формы.

9. β-Эквивалентность и ее свойства.

10. Натуральные числа Чёрча и определение представимых функций.

11. Термы true, false, cond и их свойства.

12. Свойства терма isnull.

13. Отнимание 1 в λ-исчислении.

14. Комбинатор неподвижной точки. Теорема о неподвижной точке и её следствия.

15 .Представимость простейших функций и композиции.

16. Представимость примитивной рекурсии от представимых функций.

17. Представимость μ-оператора от представимых функций.

18. Неразрешимость проблем существования нормальной формы для λ-термов.

19. Неразрешимость проблем β-эквивалентности для λ-термов.

20. Простые и составные типы. Правила приписывания типов. Типизируемые термы.

21. Сохранение типа при β-редуцировании типизированных термов.

22. Теорема о сильной нормализации типизируемых термов (без доказательства).

23. Направленные множества. Полные частично упорядоченные множества (пчумы). топология Скотта.

24. Критерий непрерывности отображения в топологии Скотта. Монотонность непрерывных отображений.

25. Декартовы произведением семейств пчум.

26. Пчум всех непрерывных отображений полных чум.

27. Теорема о непрерывности функций от двух аргументов.

28. Теорема о непрерывности аппликации.

29. Теорема о непрерывности λ-абстракции.

30 .Проекция полных чумов. Ретракты и ретракции. Свойства проекций полных чумов.

31. Перенесение проекций с полных чум на пчумы их непрерывных отображений.

32. Определение пчум D_∞.

33. Определение отображений Φ_{mn} и их свойства.

34. Определение операции $\cdot$ на D_∞, ее непрерывность, связь с операцией применения (аппликации) на D_{n+1} x D_n.

35. Связь операции $\cdot$ и упорядочения.

36. Теорема о функциональной полноте $\langle D_\infty, \cdot\rangle$.

37. Изоморфизм и гомеоморфизм упорядоченных множеств D_∞ и $[D_\infty \to D_\infty]$.

38. Представление непрерывных функций на D_∞ с помощью операции $\cdot$.

39. Определение семантики Скотта для λ -термов.

40. Связь β-эквивалентности и семантики Скотта.

41. Определение графиковой модели λ -исчисления, ее отличие от модели Скотта.

42. Определение Информационной системы Скотта. Состояния информационной системы.

43. Компактные элементы пчум. Домены Ершова—Скотта.

44. Связь доменов Ершова-Скотта и информационных систем Скотта: показать, что всякий домен Ершова-Скотта можно представить как множество состояний некоторой информационной системы Скотта.

45. Связь доменов Ершова-Скотта и информационных систем Скотта: показать, что множество состояний всякой информационной системы Скотта является доменом Ершова-Скотта.

Текущий и промежуточный контроль. Для контроля усвоения дисциплины учебным планом предусмотрен экзамен. Контроль успеваемости осуществляется только на этом экзамене. В процессе обучения осуществляется контроль посещаемости.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. А.С.Морозов, Денотационная семантика языков программирования (λ-исчисление и его семантика), конспект лекций, **http://math.nsc.ru/~asm256/lambda**

2. Х. Барендрегт, Бестиповое Ламбда-исчисление, Справочная книга по математической логике, часть IV, гл. 7, 278-318

б) дополнительная литература:

1. Х. Барендрегт, Ламбда–исчисление. Его синтаксис и семантика. М., Мир, 1985, 606 стр.

2. Ю.Л.Ершов, Теория нумераций, М., Наука,1977

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

- Ноутбук, медиа-проектор, экран.
- Программное обеспечение для демонстрации слайд-презентаций.
- Возможность доступа к информационным ресурсам.

Рецензент (ы) _________________________

Программа одобрена на заседании Методической комиссии ММФ

от ___________ года.