МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Утверждаю:

____

«_____»____________________201__г.

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Рабочая программа дисциплины

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Направление подготовки

010200 – «Математика и компьютерные науки»

Квалификация (степень)

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Новосибирск – 2014 год

Аннотация рабочей программы

Дисциплина «Методы вычислений» входит в Базовую часть Профессионального цикла ООП по направлению подготовки 010200 – «Математика и компьютерные науки», все профили подготовки. Дисциплина реализуется на Механико-математическом факультете Новосибирского государственного университета кафедрой Вычислительной математики ММФ НГУ.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, составляющих основу вычислительных методов решения дифференциальных уравнений с частными производными и содержащих основы теории разностных схем, теории устойчивости сеточных методов, основы проекционных методов и в частности метода конечных элементов.

Дисциплина нацелена на формирование общекультурных компетенций ОК-1, ОК-9, ОК-10, ОК-11, ОК-12, ОК-14, ОК-15, профессиональных компетенций ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4, ПК-5, ПК-6, ПК-9, ПК-10, ПК-12, ПК-14.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме контрольных, самостоятельных, индивидуальных работ, а также рубежный контроль в конце каждого семестра в форме зачетов и экзаменов.

Общая трудоемкость дисциплины составляет **8** зачетных единиц, **288** академических часов (из них **136** аудиторных).

1. Цели освоения дисциплины

Целью курса является знакомство студентов с основами классических и современных методов численного решения дифференциальных уравнений с частными производными. Задача курса состоит в усвоении базовых понятий теории разностных схем и проекционных методов; в установлении основных фактов о близости приближенных решений к решениям исходных уравнений с использованием самой общей априорной информации; в демонстрации связи методов вычислений с другими областями математики: линейной алгеброй, дифференциальными уравнениями, функциональным анализом и пр.; в обучении решению задач по исследованию аппроксимации и устойчивости, построению сеточных уравнений; в привитии навыков реализации конкретных сеточных методов на ЭВМ.

В первой части данного курса студенты знакомятся с основами классической теории разностных схем, что включает понятия сеточных областей, сеточных функций, пространств сеточных функций, сеточных операторов, собственно сеточных уравнений. Для указанных объектов вводятся понятия аппроксимации, устойчивости, сходимости, и в достаточно общем виде устанавливается основной факт теории сеточных методов, что из аппроксимации и устойчивости следует сходимость. При этом в качестве исходных дифференциальных уравнений рассматриваются уравнения в соответствии с базовой классификацией: гиперболические, параболические, эллиптические. Большое внимание в первой части курса уделено методам исследования устойчивости двуслойных схем в гильбертовых пространствах. Завершает первую часть курса материал, посвященный экономичным схемам решения пространственно многомерных задач.

Вторая часть курса посвящена проекционным методам, и, главным образом, проекционно-сеточным методам, или иначе говоря, методу конечных элементов. В основе излагаемого подхода лежит замена аппроксимации дифференциальных уравнений на аппроксимацию бесконечномерных пространств разрешимости краевых задач семейством конечномерных подпространств. В качестве основного объекта рассматриваются эллиптические краевые задачи второго порядка, и, как следствие, речь идет об аппроксимации пространств Соболева суммируемых в квадрате обобщенных производных. Излагается общая теория проекционных методов (методы Галеркина, Ритца), затем дается описание конструкции метода конечных элементов, включающее ряд теорем о сходимости метода. Завершает курс изучением сходимости в многомерном случае. На семинарах большое внимание уделяется задачам по выяснению свойств уравнений, допускающих применение проекционных методов, а также собственно построению сеточных уравнений метода конечных элементов.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Методы вычислений» входит в Базовую часть Профессионального цикла ООП по направлению подготовки 010200 – «Математика и компьютерные науки», все профили подготовки.

Дисциплина «Методы вычислений» опирается на следующие дисциплины данной ООП:

- Математический анализ (предел, непрерывность, дифференцируемость, ряд, интеграл, и т.д.);
- Алгебра (евклидовы пространства, свойства линейных отображений между конечномерными пространствами, матричные представления операторов в евклидовых пространствах);
- Дифференциальные уравнения (задача Коши, краевые задачи);
- Функциональный анализ (нормированные пространства, функционалы, операторы, гильбертовы пространства);
- Уравнения математической физики (классификация линейных уравнений, краевые и начально-краевые задачи, пространства Соболева, обобщенные решения);
- Программирование.

Результаты освоения дисциплины «Методы вычислений» используются в следующих дисциплинах данной ООП:

- Механика твердого деформируемого тела;
- Механика жидкости и газа.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

- Общекультурные компетенции: ОК-1, ОК-9, ОК-10, ОК-11, ОК-12, ОК-14, ОК-15.
- Профессиональные компетенции: ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4, ПК-5, ПК-6, ПК-9, ПК-10, ПК-12, ПК-14.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- иметь современное представление о сеточных методах решения задач математической физики, включающих разностные схемы и метод конечных элементов;
- владеть основным аппаратом анализа сеточных методов (аппроксимация, устойчивость) и уметь на его основе делать заключение о пригодности той или иной схемы для решения конкретной задачи;

* овладеть навыками реализации простых сеточных методов на ЭВМ, включая анализ полученных результатов на их достоверность.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **8** зачетных единиц, **288** часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекция	Семинар	Практика на ЭВМ	Контр. Работа	Зачет по практике	Экзамен	
1.	**Введение о задачах матфизики**									
1.1	Классификация уравнений математической физики. Корректность задачи Коши.	5	1	2	2	2				
1.2	Характеристики. Треугольник влияния. Уравнения движения. Связь между уравнениями различных типов. Стационирование.	5	2	2	2	2				
2.	**Предварительные сведения о разностных схемах**									
2.1	Простейшие разностные схемы для уравнения движения. Условие Куранта сходимости явной схемы.	5	3	2	2	2				
2.2	Простейшие разностные схемы для уравнения теплопроводности (явная, неявная, Кранка-Николсон).	5	4	2	2	2				
3.	**Основные понятия теории разностных схем**									
3.1	Основные понятия теории разностных схем: сетка, сеточная область, сеточная функция, пространства сеточных функций, сеточные нормы, оператор проектирования на сетку.	5	5	2	2	2				
3.2	Сеточные операторы. Матричная запись сеточных операторов. Аппроксимация, сходимость, устойчивость. Теорема сходимости.	5	6	2	2	2				
3.3	Сеточный аналог пространства Соболева в одномерном случае и сеточная теорема вложения. Сеточное неравенство Фридрихса. Устойчивость в равномерной норме трехточечного сеточного уравнения.	5	7	2	2	2				
3.4	Двухслойные схемы. Оператор шага. Первая каноническая форма разностной схемы. Безусловная и условная аппроксимация, и сходимость. Устойчивость в терминах оператора шага. Теорема об эквивалентности различных определений устойчивости.	5	8	2	2	2				
4.	**Устойчивость разностных схем в гильбертовых пространствах**									
4.1	Представление сеточных функций и	5	9	2		2	2			Контрольная

	операторов в эвклидовом пространстве. Векторно-матричная форма разностных схем. Достаточное условие устойчивости. Спектральный признак устойчивости.									работа
4.2	Некоторые свойства положительно определенных матриц. Энергетическая норма. Лемма о норме рациональной функции от неотрицательно определенной матрицы.	5	10	2	2	2				
4.3	Схема с весами. Теоремы о безусловной и условной устойчивости схемы с весами.	5	11	2	2	2				
4.4	Устойчивость в энергетических пространствах. Связь энергетической и спектральной норм матрицы шага. Симметризация двуслойной схемы в случае некоммутирующих симметрических неотрицательно определенных операторов.	5	12	2	2	2				
4.5	Вторая каноническая форма двуслойной разностной схемы. Устойчивость по начальным данным. Теорема о следовании устойчивости из устойчивости по начальным данным.	5	13	2	2	2				
4.6	Энергетическое тождество. Критерий Самарского устойчивости по начальным данным.	5	14	2	2	2				
5.	**Экономичные разностные схемы**									
5.1	Экономичные разностные схемы. Схема переменных направлений. Экономичность в случае аппроксимации двумерного уравнения теплопроводности.	5	15	2			2			Контрольная работа
5.2	Устойчивость схемы переменных направлений: коммутативный случай, некоммутативный случай. Оценка погрешности схемы переменных направлений.	5	16	2	2			4		Дифф. зачет по практике на ЭВМ
5.3	Локально-одномерная схема. Понятие аддитивной схемы с суммарной аппроксимацией. Анализ сходимости локально-одномерной схемы.	5	17	2				4		Дифф. зачет по практике на ЭВМ
		5	18						36	**Экзамен**
6.	**Задачи в энергетических пространствах**									
6.1	Энергетическое пространство. Задача о представлении линейного функционала. Задача о минимуме функционала энергии.	6	1	2	2	2				
6.2	Пространства Соболева. Теорема об эквивалентных нормах. Неравенства Пуанкаре, Фридрихса. Замкнутые подпространства пространства Соболева.	6	2	2	2	2				
6.3	Операторы эллиптических краевых задач. Обобщенные решения.	6	3	2	2	2				
7.	**Задачи на последовательности подпространств**									
7.1	Задачи в подпространстве. Основная лемма (лемма Вишика-Сеа). Аппроксимация	6	4	2	2	2				
7.2	Метод Галеркина. Сходимость. Метод Ритца. Эквивалентность методов Галеркина и Ритца в случае симметрических положительно-определенных операторов	6	5	2		2	2			Контрольная работа
7.3	Устойчивость. Устойчивое семейство базисов. Контрпример.	6	6	2	2	2				
8.	**МКЭ в одномерном случае**									

8.1	Пространство кусочно-линейных функций. Устойчивость семейства кусочно-линейных базисов. Двухточечная краевая задача. Сеточная задача, как задача о поиске обобщенного решения в пространстве кусочно-линейных функций.	6	7	2	2	2				
8.2	Аппроксимация гладких решений. Кусочно-линейный интерполянт. Теорема об оценке кусочно-линейного интерполянта. Теорема сходимости.	6	8	2	2	2				
8.3	Оптимальность погрешности. Лемма о слабой оценке. Сходимость в сеточной норме	6	9	2	2	2				
8.4	Аппроксимация только обобщенного решения. Вычисление погрешности для уравнения с обобщенной функцией в правой части.	6	10	2	2	2				
8.5	Пространство с кусочно-квадратичным базисом. Теорема о кусочно-квадратичной интерполяции. Сходимость	6	11	2	2	2				
8.6	Задачи с неоднородными краевыми условиями. Обобщенная формулировка. МКЭ для задач с неоднородными краевыми условиями.	6	12	2	2	2				
9.	**Основные понятия МКЭ**									
9.1	Симплициальные разбиения. Регулярность, квазиравномерность. Канонический симплекс. Теорема об аффинной эквивалентности.	6	13	2	2	2				
9.2	Определение конечного элемента, как тройки «симплекс-полиномы-функционал». Пространство конформных конечных элементов, как подпространство пространства Соболева.	6	14	2	2					
9.3	Эквивалентные нормы в пространствах сеточных функций. Теорема об устойчивости семейства базисов в многомерном случае. Обратное неравенство	6	15	2			2			Контрольная работа
10.	**Основы общей теории сходимости**									
10.1	Интерполяция в пространстве Соболева. Сходимость в пространстве Сооболева в многомерном случае.	6	16	2	2			4		Дифф. зачет по практике на ЭВМ
10.2	Сходимость при нарушении условия регулярности симплекса в двумерном случае. Прием Обэна-Нитше. Сходимость в средне квадратичном.	6	17	2				4		Дифф. зачет по практике на ЭВМ
		6	18						36	**Экзамен**
				68	**68**	**58**	**6**	**16**	**72**	

5. Образовательные технологии

Используется традиционная система обучения, включающая лекции и практические занятия. Особенностью данного курса является наличие практики на ЭВМ.

На лекциях студенты получают знания по основам классической теории разностных схем и по теоретическим основам метода конечных элементов. Практически все теоретические факты иллюстрируются примерами. Также на лекциях студентам предлагаются задачи для активизации творческой деятельности.

Цель практических занятий состоит в выработке устойчивых навыков решения основных примеров и задач дисциплины, на которых основана теория лекционного курса. По курсу практических занятий рекомендуется проведение двух контрольных работ в течение каждого семестра.

Практические занятия на ЭВМ обеспечивают выработку умения довести методику решения задач до конкретных чисел. Здесь самым существенным образом закрепляются навыки программирования с использованием алгоритмических языков высокого уровня и прививается способность к критическому анализу получаемых результатов.

Контроль осуществляется традиционным образом: контрольные работы по решению задач в течение семестров, экзамены после каждого семестра, где проверяются усвоенные теоретические знания и умение решать стандартные задачи. Важным элементом контроля являются дифф. зачеты по практике на ЭВМ, на которых студент демонстрирует преподавателю работающую программу, реализующую некоторый вычислительный алгоритм.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

6.1. Примеры задач для домашних и контрольных работ

5 семестр

1. На регулярной квадратной сетке методом неопределенных коэффициентов построить разностную схему второго порядка аппроксимации для задачи

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x,y), u(0,x) = u(1,x) = u(y,0) = u(y,1) = 0, (x,y) \in (0,1)^2 .$$

Использовать схему типа крест ($\sum \alpha_{ij} u_{ij}, |i| + |j| \le 1.$)

2. Определить порядок локальной погрешности аппроксимации дифференциального уравнения $u''(x) + a(x)u(x) = f(x)$ разностным уравнением

$$\frac{u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}}{h^2} + \frac{(a(x_i - h) + a(x_i + h))(u_{i-1} + u_{i+1})}{4} = f(x_i).$$

3. Определить порядок локальной погрешности аппроксимации дифференциального уравнения $u'(x)+a(x)u(x)=f(x)$ разностным уравнением

$$\frac{u_{i+1}-u_i}{h}+a(x_i+0.5h)\frac{(u_i+u_{i+1})}{2}=\frac{1}{h}\int_{x_i}^{x_{i+1}}f(x)dx$$

4. Установить сходимость решения разностной задачи

$$\frac{1}{12}\frac{u_{i-1}^{n+1}-u_{i-1}^{n}}{\tau}+\frac{5}{6}\frac{u_{i}^{n+1}-u_{i}^{n}}{\tau}+\frac{1}{12}\frac{u_{i+1}^{n+1}-u_{i+1}^{n}}{\tau}+\Lambda_h\frac{u_i^{n+1}+u_i^n}{2}=0$$

$$n=0,\ldots,N_t-1, i=1,..,N_x, \tau=1/N_t, h=1/N_t$$

$$u_0^n=u_{N_t}^n=0,\ n=0,\ldots,N_t,\ u_i^0=v_i\ ,$$

где $\Lambda_h v_i=\frac{1}{h^2}(-v_{i-1}+2v_i-v_{i+1})$ к решению дифференциальной задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},(t,x)\in(0,1)^2$$

$$u(t,0)=u(t,1)=0, t\in(0,1),\ u(0,x)=v(x).$$

5. Установить сходимость решения разностной задачи

$$\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\tau}+(\Lambda_h+\frac{h^2}{12}\Lambda_h\Lambda_h)\frac{u_i^{n+1}+u_i^n}{2}=0$$

$$n=0,\ldots,N_t-1, i=1,..,N_x, \tau=1/N_t, h=1/N_t$$

$$u_0^n=u_{N_t}^n=0,\ n=0,\ldots,N_t,\ u_i^0=v_i\ .$$

где $\Lambda_h v_i=\frac{1}{h^2}(-v_{i-1}+2v_i-v_{i+1})$ к решению дифференциальной задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},(t,x)\in(0,1)^2$$

$$u(t,0)=u(t,1)=0, t\in(0,1),\ u(0,x)=v(x).$$

6 семестр

6. Поставить задачу о поиске обобщенного решения для краевой задачи

$-u''=1,\quad 0<x<1,\quad u'(0)-u(0)=0,\quad u(1)=0.$

7. Поставить задачу о поиске обобщенного решения для краевой задачи

$-u''=\delta,\quad 0<x<1,\quad u(0)=0,\quad u(1)=0,$

где $\delta(x)$ – обобщенная функция, задаваемая функционалом $\delta(v)=v(0.5)$.

8. Обосновать применимость метода Ритца для задачи о минимуме функционала энергии

$$F(v)=\int_0^1\left((v')^2-\frac{3}{2}v^2\right)dx-2\int_0^1 v\,dx$$

в пространстве $H_0^1(0,1)$.

9. Обосновать применимость метода Ритца для задачи о минимуме функционала энергии

$$F(v)=\int_0^1 (v')^2\,dx-\frac{1}{4}v^2(1)-2\int_0^1 v\,dx$$

в пространстве $H_A=\left\{\, v\in H^1(0,1),\ v(0)=0\,\right\}$.

10. Для краевой задачи

$$-(e^x u')'=1,\quad 0<x<1,\quad u(0)=0,\ \ u'(1)+u(1)=0$$

построить схему МКЭ для кусочно-линейного базиса на равномерной сетке с шагом h.

6.2. Примерный перечень заданий по практике на ЭВМ

5 семестр

1. Численное решение нестационарной одномерной по пространству задачи теплопроводности с постоянными коэффициентами.
   1.1. Явная разностная схема.
   1.2. Чисто неявная разностная схема.
   1.3. Схема Кранка-Николсон.
2. Численное решение линейного уравнения движения.
   2.1. Явная разностная схема (нижний правый уголок).
   2.2. Неявная разностная схема бегущего счета (верхний правый уголок).
   2.3. Схема Лакса.

6 семестр

1. Численные методы решения эллиптических уравнений (с постоянными коэффициентами, условие Дирихле, область – квадрат с вырезом).
2. Метод Зейделя.
3. Метод верхней релаксации.
4. Метод минимальных невязок.
5. Метод Ричардсона с чебышевским набором параметров.

6. Метод сопряженных градиентов.
7. Попеременно-треугольный метод.

6.3. Теоретические вопросы в экзаменационных билетах

5 семестр

1. Явная разностная схема для уравнения движения. Погрешность аппроксимации. Условие Куранта. Оценка ошибки. Пример нарушения условия Куранта.
2. Неявная разностная схема для уравнения движения. Погрешность аппроксимации. Оценка ошибки.
3. Явная разностная схема для уравнения теплопроводности. Погрешность аппроксимации. Оценка ошибки.
4. Неявная разностная схема для уравнения теплопроводности. Погрешность аппроксимации. Оценка ошибки.
5. Сетка, сеточная область, сеточные функции. Пространства сеточных функций. Примеры.
6. Аппроксимация, сходимость, устойчивость. Теорема сходимости.
7. Нормы пространств C_h и $L_{2,h}$. Оператор проектирования на сетку. Понятие p_h-согласованности норм. Лемма о согласованности.
8. Сеточный аналог пространства Соболева. Сеточное неравенство Фридрихса.
9. Двухслойные схемы. Разрешимость неявной схемы. Оператор шага. Первая каноническая форма разностной схемы.
10. Безусловная и условная аппроксимация и сходимость. Примеры.
11. Безусловная и условная устойчивость в терминах оператора шага. Теорема о связи между разными определениями устойчивости.
12. Представление сеточных функций и операторов в эвклидовом пространстве.
13. Достаточное условие устойчивости в эвклидовом пространстве.
14. Спектральный признак устойчивости.
15. Критерий устойчивости в случае представления опратора шага в виде нормальной матрицы.
16. Теорема о безусловной устойчивости схемы с весами.
17. Теорема об условной устойчивости схемы с весами.

18. Вторая каноническая форма разностной схемы. Устойчивость по начальным данным. Теорема о связи устойчивости по начальным данным и устойчивости при согласовании норм.
19. Критерий Самарского устойчивости по начальным данным.
20. Схема переменных направлений. Анализ устойчивости в коммутативном случае.
21. Схема переменных направлений. Анализ устойчивости в некоммутативном случае.
22. Схема переменных направлений. Аппроксимация.
23. Схема покомпонентного расщепления. Анализ устойчивости.
24. Понятие аддитивной схемы с суммарной аппроксимацией. Анализ сходимости схемы покомпонентного расщепления.

6 семестр

1. Задача в подпространстве. Основная лемма.
2. Предельно плотные последовательности конечномерных подпространств. Примеры.
3. Метод Галеркина. Теорема об однозначной разрешимости задачи в подпространстве.
4. Метод Ритца. Построение минимизирующей последовательности.
5. Устойчивость по правой части. Вычислительная устойчивость, как ограниченность числа обусловленности матрицы масс. Устойчивость семейства базисов. D-D-устойчивое семейство базисов.
6. Пространство кусочно-линейных функций (одномерный случай). Устойчивость семейства кусочно-линейных базисов.
7. Кусочно-линейный интерполянт (одномерный случай). Теорема о погрешности кусочно-линейного интерполирования (одномерный случай).
8. Теорема сходимости МКЭ для гладких решений (одномерный случай). Формулировка теоремы о погрешности в L_2 -норме.
9. Оптимальность оценок (одномерный случай).
10. Теорема о погрешности в сеточной норме (одномерный случай).
11. Теорема о сходимости МКЭ для только обобщенных решений (одномерный случай). Пример для δ-функций.
12. Пространство кусочно-квадратичных функций (одномерный случай).

13. Теорема о погрешности кусочно-квадратичного интерполирования (одномерный случай).
14. Неоднородные краевые условия (одномерный случай).
15. Симплициальное разбиение области. Регулярность и квазиравномерность. Лемма о количестве симплексов, содержащих фиксированный сеточный узел.
16. Канонический симплекс. Теорема об аффинной эквивалентности.
17. Определение конечного элемента. Лагранжев конечный элемент. Теорема о непрерывности и квадратичной суммируемости первых обобщенных производных элементов глобального базиса. Свойства базисных функций.
18. Теорема об эквивалентной L_2 -норме при условии регулярности и квазиравномерности. Следствие об устойчивости семейства базисов.
19. Теорема об эквивалентнойL_2-в отсутствии регулярности и квазиравномерности. Следствие о D_h-$\mathrm{D_h}$-устойчивости семейства базисов.
20. Теорема о погрешности кусочно-линейного интерполирования в многомерном случае.
21. Теорема сходимости МКЭ в многомерном случае.
22. Прием Обэна-Нитше и теорема сходимости в L_2 -норме.
23. Локальные матрица жесткости и вектор нагрузок. Ассамблирование (поэлементная и поузловая сборки).

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Годунов С.К., Рябенький В.С. *Разностные схемы. Введение в теорию*. Изд.2, перераб. и доп. – М.: Наука, 1977.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. *Численные методы.* – М.: Наука, 1989.
3. Лаевский Ю.М. *Метод конечных элементов (основы теории, задачи).* – Новосибирск: Изд-во НГУ, 1999.
4. Марчук Г.И., Агошков В.И. *Введение в проекционно-сеточные методы*. – М.: Наука, 1981.

б) дополнительная литература:

1. Самарский А.А. *Теория разностных схем*. – М.: Наука, 1989.
2. Марчук Г. И. *Методы вычислительной математики.* Изд. 3, перераб. и доп. – М.: Наука, 1989.
3. С.Г. Михлин. *Вариационные методы в математической физике*. – М.: Наука, 1970.

4. Ф. Сьярле. *Метод конечных элементов для эллиптических задач*. – М.: Мир, 1982.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Доска, мел или маркеры для доски.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению 010200 – «Математика и компьютерные науки», все профили подготовки.

Автор: ____Лаевский, Юрий Миронович
д.ф.-м.н., профессор ММФ НГУ
зав. лаб. ИВМиМГ СО РАН

Рецензент (ы) ____

____

Программа одобрена на заседании __________________________________

от ___________ года, протокол № ________