

ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ 19.07.96

ВАРИАНТ 1.1.

1. При каких α последовательность

$$f_n(x) = \frac{n^\alpha x}{x^2 + n^2}$$

сходится поточечно, а при каких равномерно на множестве $E = (0, \infty)$?

2. Найти жорданову базу пространства комплексных 2×2 -матриц относительно линейного оператора $\varphi : X \rightarrow \alpha AX + \beta XA$, где $\alpha = 2$, $\beta = 1$,

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Плоскости $x = 0$, $y = 0$, $z = 1$ и $2x - y + 2z - 6 = 0$ выделяют тетраэдр. Найти центр шара, вписанного в этот тетраэдр и его радиус.

ВАРИАНТ 1.2.

4. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$\begin{aligned} z &= x^2 + y^2, & z &= 2(x^2 + y^2) \\ xy &= 1, & xy &= 2, & x &= 2y, & 2x &= y, \end{aligned}$$

$x > 0$, $y > 0$.

5. Конформно отобразить область $\{z : |z - i| < 2\}$ на область $\{w : |w - 1| < 1\}$ так, чтобы $w(0) = 1$, $\arg w'(0) = \frac{\pi}{2}$.

6. Найти все решения системы

$$\begin{aligned} 2y_1'' + 3y_1 - y_3 &= \sin t \\ 2y_2'' + y_1 + 4y_2 + y_3 &= \sin t \\ 2y_3'' + y_1 + 5y_3 &= -\sin t \end{aligned}$$

ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ 19.07.96

ВАРИАНТ 2.1.

1. При каких α последовательность

$$f_n(x) = n^\alpha x e^{-x^2 n}$$

сходится поточечно, а при каких равномерно на множестве $E = (0, \infty)$?

2. Найти жорданову базу пространства комплексных 2×2 -матриц относительно линейного оператора $\varphi : X \rightarrow \alpha AX + \beta XA$, где $\alpha = 3$, $\beta = -1$,

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Плоскости $x = 2$, $y = 0$, $z = 0$ и $3x + 6y - 2z - 12 = 0$ выделяют тетраэдр. Найти центр шара, вписанного в этот тетраэдр и его радиус.

ВАРИАНТ 2.2.

4. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 1, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

5. Конформно отобразить область $\{z : \operatorname{Im} z > \operatorname{Re} z\}$ на область $\{w : |w - 2| < 2\}$ так, чтобы $w(i) = 2$, $\arg w'(i) = \pi$.

6. Найти все решения системы

$$\begin{aligned} 2y_1'' - 5y_1 - y_3 &= \cos t \\ 2y_2'' + y_1 - 4y_2 + y_3 &= \cos t \\ 2y_3'' + y_1 - 3y_3 &= -\cos t \end{aligned}$$

1. При каких α последовательность

$$f_n(x) = n^\alpha \left(\sqrt{x + \frac{1}{n}} - \sqrt{x} \right)$$

сходится поточечно, а при каких равномерно на множестве $E = (0, \infty)$?

2. Найти жорданову базу пространства комплексных 2×2 -матриц относительно линейного оператора $\varphi : X \rightarrow \alpha AX + \beta XA$, где $\alpha = 1$, $\beta = -2$,

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Плоскости $x = -3$, $y = 0$, $z = 0$ и $2x - y + 2z - 10 = 0$ выделяют тетраэдр. Найти центр шара, вписанного в этот тетраэдр и его радиус.

4. Найти объем тела, ограниченного поверхностью

$$(x^2 + y^2 + z^2)^3 = \frac{z^2}{x^2 + y^2}.$$

5. Конформно отобразить область $\{z : \operatorname{Re} z > 0\}$ на область $\{w : |w + i| < 4\}$ так, чтобы $w(2) = -i$, $\arg w'(2) = -\frac{\pi}{2}$.

6. Найти все решения системы

$$\begin{aligned} 2y_1'' + 5y_1 - y_3 &= \sin 2t \\ 2y_2'' + y_1 + 6y_2 + y_3 &= \sin 2t \\ 2y_3'' + y_1 + 7y_3 &= -\sin 2t \end{aligned}$$

ВАРИАНТ 4.1.

1. При каких α последовательность

$$f_n(x) = n^\alpha x(1-x)^n$$

сходится поточечно, а при каких равномерно на множестве $E = (0, \infty)$?

2. Найти жорданову базу пространства комплексных 2×2 -матриц относительно линейного оператора $\varphi : X \rightarrow \alpha AX + \beta XA$, где $\alpha = 2$, $\beta = -3$,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}.$$

3. Плоскости $x = 0$, $y = -1$, $z = 0$ и $3x + 6y - 2z - 30 = 0$ выделяют тетраэдр. Найти центр шара, вписанного в этот тетраэдр и его радиус.

ВАРИАНТ 4.2.

4. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$z = x^2 + y^2, \quad z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}.$$

5. Конформно отобразить область $\{z : |z + i| < 4\}$ на область $\{w : |w - 2i| < 1\}$ так, чтобы $w(i) = 2i$, $\arg w'(i) = \pi$.

6. Найти все решения системы

$$\begin{aligned} 2y_1'' - 7y_1 - y_3 &= \cos 2t \\ 2y_2'' + y_1 - 6y_2 + y_3 &= \cos 2t \\ 2y_3'' + y_1 - 5y_3 &= -\cos 2t \end{aligned}$$