

ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ 22.08.95

ВАРИАНТ 1.1.

1. Исследовать функцию $f(x, y) = |y| \sin x$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$.
2. При каких значениях x жорданова форма матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x+4 & 1 \\ 0 & x^2-3 & x+2 \\ 0 & 0 & x^2-3 \end{pmatrix}$$

является жордановой клеткой?

3. Найти уравнение поверхности второго порядка, у которой плоскости

$$2x - y - 2z - 5 = 0, \quad x - 2y + 2z + 2 = 0$$

являются плоскостями симметрии, плоскость $2x + 2y + z = 0$ ортогональна асимптотическому направлению, и точки

$$A(6, 1, 0), \quad B(3, -1, 1), \quad C(4, -3, 3)$$

лежат на этой поверхности.

ВАРИАНТ 1.2.

4. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 2x$, заключенной между конусом $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ и плоскостью $z = 0$.

5. Найти $\operatorname{res}_{z=i\pi} f(e^z)$, если $f(\xi)$ имеет в точке $\xi = -1$ полюс первого порядка и $\operatorname{res}_{\xi=-1} f(\xi) = 2$,

6. Для системы

$$\frac{dy}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ e^{it} \\ 0 \end{pmatrix}$$

найти: а) все решения; б) все периодические решения; в) все решения, ограниченные при $t \rightarrow -\infty$.

ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ 22.08.95

ВАРИАНТ 2.1.

1. Исследовать функцию $f(x, y) = \sqrt[3]{xy^2}$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$.
2. При каких значениях x жорданова форма матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ x-3 & x^2-7 & 0 \\ 1 & x & x^2-7 \end{pmatrix}$$

является жордановой клеткой?

3. Найти уравнение поверхности второго порядка, у которой плоскости

$$x + y - z - 1 = 0, \quad x - 2y - z + 2 = 0, \quad x + z = 0$$

являются плоскостями симметрии, а точки

$A(1 + \frac{11}{5\sqrt{6}}, \frac{2}{5\sqrt{6}}, 1 - \frac{11}{5\sqrt{6}})$, $B(\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{6}}, \frac{-2+\sqrt{6}}{\sqrt{6}}, \frac{-1+\sqrt{3}}{\sqrt{6}})$, $C(\frac{1+2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}, \frac{-2+\sqrt{6}}{\sqrt{6}}, \frac{-1+2\sqrt{3}}{\sqrt{6}})$ лежат на этой поверхности.

ВАРИАНТ 2.2.

4. Найти площадь части конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, заключенной внутри поверхности $x^2 + y^2 = 2x$.

5. Найти $\operatorname{res}_{z=\pi} f(\cos 4z)$, если $f(\xi)$ имеет в точке $\xi = 1$ полюс первого порядка и $\operatorname{res}_{\xi=1} f(\xi) = 8$,

6. Для системы

$$\frac{dy}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -8 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ e^{-2it} \\ 0 \end{pmatrix}$$

найти: а) все решения; б) все периодические решения; в) все решения, ограниченные при $t \rightarrow -\infty$.

ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ 22.08.95

ВАРИАНТ 3.1.

1. Исследовать функцию $f(x, y) = |x| \ln(1 + y)$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$.

2. При каких значениях x жорданова форма матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 3 & x-2 & 1 \\ 0 & x^2-1 & x-1 \\ 0 & 0 & x^2-1 \end{pmatrix}$$

является жордановой клеткой?

3. Найти уравнение поверхности второго порядка, если плоскости

$$\begin{aligned} x(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + y\sqrt{2} - z(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) &= 0, \\ x(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - y\sqrt{2} - z(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} + \sqrt{2}) &= 0 \end{aligned}$$

не имеют с ней ни вещественных, ни комплексных точек пересечения и точка $M(1, 4, 2)$ отстоит от поверхности на расстоянии $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

ВАРИАНТ 3.2.

4. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 1$, отсеченной плоскостями $x \pm y = 0$ ($x > 0$).

5. Найти $\operatorname{res}_{z=2} f(z^2 - 4z + 3)$, если $f(\xi)$ имеет в точке $\xi = -1$ полюс первого порядка и $\operatorname{res}_{\xi=-1} f(\xi) = i$,

6. Для системы

$$\frac{dy}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ e^{2it} \\ 0 \end{pmatrix}$$

найти: а) все решения; б) все периодические решения; в) все решения, ограниченные при $t \rightarrow -\infty$.

ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ 22.08.95

ВАРИАНТ 4.1.

1. Исследовать функцию $f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$.

2. При каких значениях x жорданова форма матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ x+1 & x^2-5 & 0 \\ 1 & x+3 & x^2-5 \end{pmatrix}$$

является жордановой клеткой?

3. Найти уравнение поверхности второго порядка, у которой плоскости

$$x + z + 2 = 0, \quad x - y - z = 0$$

являются плоскостями симметрии, и которая содержит точки

$$A(0, 4, -4), \quad B(-2, 0, -2), \quad C(0, 0, -2), \quad D(2, 4, -4).$$

ВАРИАНТ 4.2.

4. Найти площадь части поверхности $2z = x^2 - y^2$, заключенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 1$.

5. Найти $\operatorname{res}_{z=1} f(z + \frac{1}{z})$, если $f(\xi)$ имеет в точке $\xi = 2$ полюс первого порядка и $\operatorname{res}_{\xi=2} f(\xi) = 8$,

6. Для системы

$$\frac{dy}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -4 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 \\ e^{-it} \\ 0 \end{pmatrix}$$

найти: а) все решения; б) все периодические решения; в) все решения, ограниченные при $t \rightarrow -\infty$.