

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2013 г.)

Вариант 1.I

1. Проверить неравенство

$$\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} \leq \sqrt[4]{x - y} \quad \text{для всех } x \geq y \geq 0.$$

2. В зависимости от вещественного параметра α найти жорданову нормальную форму и матрицу перехода к ней для следующей матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\alpha \\ 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix}$$

3. При каком значении параметра $p > 0$ плоскость $pz = y$ пересекает поверхность

$$\frac{x^2}{11} + y^2 = (z + \sqrt{2})^2$$

по параболе? Найти фокальный параметр этой параболы.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2013 г.)

Вариант 1.II

4. Найти объем тела

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \ 3x^2 + 3y^2 \leq z^2\}.$$

5. Найти все особые точки, указать их тип, вычислить вычеты для функции

$$f(z) = \frac{1}{e^z + 1} + \frac{1}{(z - a)^n}, \quad n - \text{целое}, \quad a \in \mathbb{C}.$$

6. Найти решение краевой задачи

$$\begin{aligned} 2y'' - y' - y &= 3e^{-t^2}, \quad -\infty < t < \infty, \\ \sup_{t \in \mathbb{R}} |y| &< \infty. \end{aligned}$$

Сколько существует решений?

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2013 г.)

Вариант 2.I

1. Проверить неравенство

$$\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} \leq \frac{x - y}{4\sqrt[4]{y^3}} \quad \text{для всех } x \geq y \geq 0.$$

2. В зависимости от вещественного параметра α найти жорданову нормальную форму и матрицу перехода к ней для следующей матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & -1 \\ \alpha & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. При каком значении параметра $p > 0$ плоскость $pz = y$ пересекает поверхность

$$\frac{x^2}{12} + y^2 = (z + \sqrt{2})^2$$

по параболе? Найти фокальный параметр этой параболы.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2013 г.)

Вариант 2.II

4. Найти объем тела

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \ x^2 + y^2 \leq z^2\}.$$

5. Найти все особые точки, указать их тип, вычислить вычеты для функции

$$f(z) = \frac{1}{ie^z - 1} + \frac{1}{(z + b)^n}, \quad n - \text{целое}, \quad b \in \mathbb{C}.$$

6. Найти решение краевой задачи

$$\begin{aligned} 3y'' + 2y' - y &= 2e^{-5t^2}, \quad -\infty < t < \infty, \\ \sup_{t \in \mathbb{R}} |y| &< \infty. \end{aligned}$$

Сколько существует решений?

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2013 г.)

Вариант 3.I

1. Проверить неравенство

$$\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} \geq \frac{x - y}{4\sqrt[4]{x^3}} \quad \text{для всех } x \geq y \geq 0.$$

2. В зависимости от вещественного параметра α найти жорданову нормальную форму и матрицу перехода к ней для следующей матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -\alpha & 0 \\ \alpha & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. При каком значении параметра $p > 0$ плоскость $pz = y$ пересекает поверхность

$$\frac{x^2}{13} + y^2 = (z + \sqrt{2})^2$$

по параболе? Найти фокальный параметр этой параболы.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2013 г.)

Вариант 3.II

4. Найти объем тела

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq x\}.$$

5. Найти все особые точки, указать их тип, вычислить вычеты для функции

$$f(z) = \frac{1}{e^{2z} - 1} - \frac{1}{(z - c)^n}, \quad n - \text{целое}, \quad c \in \mathbb{C}.$$

6. Найти решение краевой задачи

$$8y'' - 2y' - 3y = 16e^{-3t^2}, \quad -\infty < t < \infty, \\ \sup_{t \in \mathbb{R}} |y| < \infty.$$

Сколько существует решений?

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2013 г.)

Вариант 4.I

1. Проверить неравенство

$$\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} \leq \sqrt[4]{2^3(x+y)} \quad \text{для всех } x \geq 0, y \geq 0.$$

2. В зависимости от вещественного параметра α найти жорданову нормальную форму и матрицу перехода к ней для следующей матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & \alpha \\ 1 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. При каком значении параметра $p > 0$ плоскость $pz = y$ пересекает поверхность

$$\frac{x^2}{14} + y^2 = (z + \sqrt{2})^2$$

по параболе? Найти фокальный параметр этой параболы.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2013 г.)

Вариант 4.II

4. Найти объем тела

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 2y\}.$$

5. Найти все особые точки, указать их тип, вычислить вычеты для функции

$$f(z) = \frac{1}{e^{iz} - 1} - \frac{1}{(z+d)^n}, \quad n - \text{целое}, \quad d \in \mathbb{C}.$$

6. Найти решение краевой задачи

$$\begin{aligned} 2y'' - 2y' - 4y &= 7e^{-2t^2}, \quad -\infty < t < \infty, \\ \sup_{t \in \mathbb{R}} |y| &< \infty. \end{aligned}$$

Сколько существует решений?