

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2012 г.)

Вариант 1

1. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5 \sin x)^{\operatorname{ctg} x}.$$

2. Найти жорданову нормальную форму и матрицу перехода к ней для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -6 & 9 \\ 3 & -5 & 9 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Найти длины полуосей линии пересечения поверхности $x^2 + y^2 = 2z$ и плоскости $z = 2x + 2y + 4$.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2012 г.)

Вариант 1

4. Пусть

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3y^2}{|x| + |y|}, & \text{если } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{если } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Является ли функция $f(x, y)$ непрерывной в точке $(0, 0)$? Является ли она дифференцируемой в точке $(0, 0)$? Ответы обосновать.

5. Вычислить интеграл

$$\int_{\Gamma} \frac{dz}{(z-2)(z^{2012}+1)}, \quad \Gamma = \left\{ z = x + iy : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1 \right\}.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$t^2 y y'' - (2y - t y')^2 = 0.$$

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2012 г.)

Вариант 2

1. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{\sin x}}.$$

2. Найти жорданову нормальную форму и матрицу перехода к ней для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 8 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Найти длины полуосей линии пересечения поверхности $x^2 + y^2 = 2z$ и плоскости $z = 2x + 2y - 2$.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2012 г.)

Вариант 2

4. Пусть

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2 - y^2}{|x| + |y|}, & \text{если } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{если } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Является ли функция $f(x, y)$ непрерывной в точке $(0, 0)$? Является ли она дифференцируемой в точке $(0, 0)$? Ответы обосновать.

5. Вычислить интеграл

$$\int_{\Gamma} \frac{dz}{(z - 3i)(z^{2012} - i)}, \quad \Gamma = \left\{ z = x + iy : \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{9} = 1 \right\}.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$t^2 y y'' - (2y + t y')^2 = 0.$$

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2012 г.)

Вариант 3

1. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3 \sin x)^{\operatorname{ctg} x}.$$

2. Найти жорданову нормальную форму и матрицу перехода к ней для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 9 & -4 & 3 \\ -9 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

3. Найти длины полуосей линии пересечения поверхности $x^2 + y^2 = 2z$ и плоскости $z = 4x + 2\sqrt{2}y + 10$.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2012 г.)

Вариант 3

4. Пусть

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2y^2}{|x| + |y|}, & \text{если } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{если } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Является ли функция $f(x, y)$ непрерывной в точке $(0, 0)$? Является ли она дифференцируемой в точке $(0, 0)$? Ответы обосновать.

5. Вычислить интеграл

$$\int_{\Gamma} \frac{dz}{(z-3)(z^{2012}+i)}, \quad \Gamma = \left\{ z = x + iy : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1 \right\}.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$t^2 y y'' - (3y - ty')^2 = 0.$$

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2012 г.)

Вариант 4

1. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - 2x}{1 + 2x} \right)^{\frac{1}{\sin x}}.$$

2. Найти жорданову нормальную форму и матрицу перехода к ней для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -6 \\ 4 & 0 & 4 \\ 8 & 4 & -10 \end{pmatrix}.$$

3. Найти длины полуосей линии пересечения поверхности $x^2 + y^2 = 2z$ и плоскости $z = 3x + \sqrt{15}y + 4$.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2012 г.)

Вариант 4

4. Пусть

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^2 - y^2}{|x| + |y|}, & \text{если } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{если } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Является ли функция $f(x, y)$ непрерывной в точке $(0, 0)$? Является ли она дифференцируемой в точке $(0, 0)$? Ответы обосновать.

5. Вычислить интеграл

$$\int_{\Gamma} \frac{dz}{(z - 2i)(z^{2012} - 1)}, \quad \Gamma = \left\{ z = x + iy : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \right\}.$$

6. Найти общее решение уравнения

$$t^2 y y'' - (3y + t y')^2 = 0.$$