

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2011 г.)

Вариант 1

1. Доказать неравенство

$$|\sin(\sin x) - \sin(\sin y)| \leq |x - y|$$

для всех $x, y \in \mathbb{R}$.

2. При каких значениях параметра p вещественная матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & p-1 \\ 1 & p \end{pmatrix}$$

подобна диагональной?

3. Найти центр, фокусы и директрисы линии пересечения цилиндра $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ и плоскости $4x - 3z = 0$.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2011 г.)

Вариант 1

4. Найти предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} e^{-x^n} dx.$$

5. Найти вычеты функции $f(z)$ во всех её конечных особых точках, не являющихся точками ветвления,

$$f(z) = \frac{1}{2\sqrt{z} + \sqrt{3}\sqrt{z+1}}.$$

6. Решить задачу Коши

$$\begin{aligned} 6tyy' - 5y^2 &= -2t^2, \\ y(1) &= 3. \end{aligned}$$

Сколько существует решений?

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2011 г.)

Вариант 2

1. Доказать неравенство

$$\ln(1+x) \geq x - \frac{x^2}{2}$$

для всех $x \geq 0$.

2. При каких значениях параметра p вещественная матрица

$$A = \begin{pmatrix} p & -2 \\ p+1 & -3 \end{pmatrix}$$

подобна диагональной?

3. Найти центр, фокусы и директрисы линии пересечения цилиндра $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ и плоскости $4y + 3z = 0$.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2011 г.)

Вариант 2

4. Найти предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^2 \sqrt[n]{1+x^n} dx.$$

5. Найти вычеты функции $f(z)$ во всех её конечных особых точках, не являющихся точками ветвления,

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{z} - 2\sqrt{z-1}}.$$

6. Решить задачу Коши

$$\begin{aligned} 8tyy' - 7y^2 &= 3t^2, \\ y(1) &= 2. \end{aligned}$$

Сколько существует решений?

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2011 г.)

Вариант 3

1. Доказать неравенство

$$|\ln(1+x^2) - \ln(1+y^2)| \leq |x-y|$$

для всех $x, y \in \mathbb{R}$.

2. При каких значениях параметра p вещественная матрица

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1-p & p \end{pmatrix}$$

подобна диагональной?

3. Найти центр, фокусы и директрисы линии пересечения цилиндра $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{64} = 1$ и плоскости $4x - 3z = 0$.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2011 г.)

Вариант 3

4. Найти предел

$$\lim_{t \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \frac{\sin^3(tx)}{x} dx.$$

5. Найти вычеты функции $f(z)$ во всех её конечных особых точках, не являющихся точками ветвления,

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{z} + 2\sqrt{z+1}}.$$

6. Решить задачу Коши

$$\begin{aligned} 6tyy' - 7y^2 &= -2t^3, \\ y(1) &= 1. \end{aligned}$$

Сколько существует решений?

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2011 г.)

Вариант 4

1. Доказать неравенство

$$\sqrt{1+x} - 1 \geq \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}$$

для всех $x \geq 0$.

2. При каких значениях параметра p вещественная матрица

$$A = \begin{pmatrix} p & p+1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

подобна диагональной?

3. Найти центр, фокусы и директрисы линии пересечения цилиндра $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ и плоскости $4y + 3z = 0$.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2011 г.)

Вариант 4

4. Найти предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^n}.$$

5. Найти вычеты функции $f(z)$ во всех её конечных особых точках, не являющихся точками ветвления,

$$f(z) = \frac{1}{2\sqrt{z} - \sqrt{3}\sqrt{z-1}}.$$

6. Решить задачу Коши

$$\begin{aligned} 8tyy' - 5y^2 &= 7t^3, \\ y(1) &= 1. \end{aligned}$$

Сколько существует решений?