

Вступительный экзамен в магистратуру ММФ НГУ 2010

Вариант 1, часть 1.

1. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{((2n)!!)^{\frac{1}{n}}}$.

2. Вычислить матрицу

$$\exp \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Найти уравнение эллипса, который лежит в плоскости $x + y + z = 1$ и при проектировании на плоскость $z = 0$ вдоль направления $(1, 2, 3)$ переходит в эллипс $x^2 + 3y^2 = 1$.

Вступительный экзамен в магистратуру ММФ НГУ 2010

Вариант 2, часть 1.

1. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{((2n-1)!!)^{\frac{1}{n}}}$.

2. Вычислить матрицу

$$\exp \begin{pmatrix} -2 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти уравнение эллипса, который лежит в плоскости $x + y - z = 2$ и при проектировании на плоскость $z = 0$ вдоль направления $(1, 2, -3)$ переходит в эллипс $x^2 + 5y^2 = 1$.

Вступительный экзамен в магистратуру ММФ НГУ 2010

Вариант 1, часть 2.

1. Найти объем тела, ограниченного поверхностью $\left(x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3}\right)^2 = x + y$, $x, y, z \geq 0$, и координатными плоскостями.

2. При каких a и b отображение $f(z) = z^2 + z$ будет конформным на полуплоскости $\{z = x + iy : y > ax + b\}$? Ответ обосновать.

3. При каком минимальном n уравнение $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ с непрерывно дифференцируемой функцией f может иметь среди своих решений две функции: $y_1(x) = 1 - \frac{x^2}{2}$, $y_2(x) = \cos x$? Ответ обосновать.

Вступительный экзамен в магистратуру ММФ НГУ 2010

Вариант 2, часть 2.

1. Найти объем тела, ограниченного поверхностью $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4}\right)^2 = x + \frac{y}{2}$, $x, y, z \geq 0$, и координатными плоскостями.

2. При каких a и b отображение $f(z) = 2z - z^2$ будет конформным на полуплоскости $\{z = x + iy : y < ax + b\}$? Ответ обосновать.

3. При каком минимальном n уравнение $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$ с непрерывно дифференцируемой функцией f может иметь среди своих решений две функции: $y_1(x) = x$, $y_2(x) = \sin x$? Ответ обосновать.