ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2008 г.)
Вариант 1

1. Найти область определения и исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^2 e^{-nx}$.

2. Вычислить матрицу $\cos(A+B) - \cos A \cos B + \sin A \sin B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти прямолинейные образующие однополостного гиперболоида $x^2 + y^2 - \frac{z^2}{4} = 1$, проходящие через точку $(1, 4, 8)$. Доказать, что их ортогональные проекции на плоскость OXZ касаются сечения гиперболоида этой плоскостью.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2008 г.)
Вариант 1

4. Пусть S — внешняя сторона поверхности $S = \{1 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9}, z \geq 0\}$. Вычислить $\iint\limits_S z\,dx \wedge dy + \cos y\,dy \wedge dz$.

5. Доказать, что функция

$$f(z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{(t^2+1)(e^t + z)}$$

аналитична в области $\{z \in C: \ z \notin (-\infty, 0]\}$.

6. Найти решение краевой задачи

$$\begin{aligned} & y'' + y = e^{-t^2}, \quad -\infty < t < +\infty, \\ & \sup_{t \in R} e^{-t} |y(t)| < \infty. \end{aligned}$$

Сколько существует решений?

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2008 г.)
Вариант 2

1. Найти область определения и исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} 2nxe^{-nx}$.

2. Вычислить матрицу $\sin(A+B) - \sin A \cos B - \cos A \sin B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти прямолинейные образующие гиперболического параболоида $4x^2 - y^2 = 3z$, проходящие через точку $(1,1,1)$. Доказать, что их ортогональные проекции на плоскость OXZ касаются сечения параболоида этой плоскостью.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2008 г.)
Вариант 2

4. Пусть S — внешняя сторона поверхности $S = \{1 = x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4}, z \geq 0\}$. Вычислить $\iint\limits_S 2z\,dx \wedge dy + \sin x\,dz \wedge dx$.

5. Доказать, что функция

$$f(z) = \int_1^{\infty} \frac{\cos t\,dt}{t^2 - z^2}$$

аналитична в области $\{z \in C : \ z \notin (-\infty, -1] \cap [1, +\infty)\}$.

6. Найти решение краевой задачи

$$\begin{aligned} & y'' + y = e^{-t^4}, \quad -\infty < t < +\infty, \\ & \sup_{t \in R} e^t |y(t)| < \infty. \end{aligned}$$

Сколько существует решений?