ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2007 г.)
Вариант 1

1. Сколько точек локального минимума и локального максимума имеет функция

$$f(x) = (\sin x)\,\ln x$$

на интервале $(0, 1)$?

2. Доказать ортогональность и найти спектр линейного оператора $x \to Ax$, $x \in R^3$. Здесь

$$A = \frac{E - C}{E + C}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. На поверхности однополостного гиперболоида $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ найти прямые, ортогональные вектору $(1, 1, -1)$.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2007 г.)
Вариант 1

4. Найти значение интеграла

$$\int\limits_C \frac{x\,dy - y\,dx}{x^2 + y^2}$$

по кривой $(x - 1)(y - 1) = 1$, $x > 1$, пробегаемой в направлении возрастания параметра y.

5. Область $D = \{z : |z - 2007| < 1,\ |z - 2007 - \sqrt{2}| > 1,\ \operatorname{Im} z > 0\}$ отобразить конформно на круг $\{w : |w| < 1\}$.

6. При каких значениях параметра α краевая задача

$$\begin{aligned} & y'' + y' - 6y = 2e^{-t^2}, \quad t > 0, \\ & 2y(0) + \alpha y'(0) = 0, \\ & \sup_{t>0} |y(t)| < \infty, \end{aligned}$$

однозначно разрешима? Найти решение при $\alpha = 1$.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2007 г.)
Вариант 2

1. Сколько точек локального минимума и локального максимума имеет функция

$$f(x) = (1 - \cos x) \ln x$$

на интервале $(0, 1)$?

2. Доказать ортогональность и найти спектр линейного оператора $x \to Ax$, $x \in R^3$. Здесь

$$A = \frac{C - E}{C + E}, \quad C = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. На поверхности гиперболического параболоида $x^2 - y^2 = 2z$ найти прямые, ортогональные вектору $(1, -1, 1)$.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2007 г.)
Вариант 2

4. Найти значение интеграла

$$\int\limits_C \frac{x\,dy - y\,dx}{x^2 + y^2}$$

по кривой $y = x^2 - 1$, $x \in \mathbb{R}$, пробегаемой в направлении возрастания параметра x.

5. Область $D = \{z : |z - 2007| < 1,\ |z - 2007 + \sqrt{3}| > 1,\ \operatorname{Im} z > 0\}$ отобразить конформно на круг $\{w : |w| < 1\}$.

6. При каких значениях параметра α краевая задача

$$\begin{aligned} & y'' - 3y' - 4y = e^{-3t^2}, \quad t > 0, \\ & \alpha y(0) - 3y'(0) = 0, \\ & \sup_{t>0} |y(t)| < \infty, \end{aligned}$$

однозначно разрешима? Найти решение при $\alpha = 1$.