ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2003 г.)
Вариант I

1. Является ли равномерно непрерывной функция

$$f(x) = \frac{\cos x - 1 - 0.5x^2}{x^2}$$

на интервале $(0, \infty)$? Ответ обосновать.

2. Найти жорданову форму матрицы и жорданов базис пространства R^4 для оператора умножения столбцов из R^4 на матрицу $\begin{pmatrix} 0 & A \\ E & A \end{pmatrix}$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

3. В евклидовом пространстве R^3 даны поверхность $S: \ \{x^2 + y^2 = 4z^2 - 1\}$, точки $P(2, 0, 1)$ и $Q(2, 2, 1)$. Найти:

а) уравнение касательной плоскости к поверхности S, проходящей через точки P и Q;

б) уравнение поверхности, полученной отражением поверхности S относительно найденной касательной плоскости.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2003 г.)
Вариант I

4. Найти поток векторного поля $\vec{F} = (2xyz, xy^2, yz^2)$ через поверхность

$$S: \left\{ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = R^2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0 \right\}.$$

5. Найти порядок нуля $z_0 = 0$ функции

$$F(z) = \int_0^z (z - t)^n \sin^m t \, dt, \quad n, m = 0, 1, ...$$

6. Найти общее решение уравнения

$$y''' - 8iy = (2 + 2\sqrt{3}i)e^{(\sqrt{3} + i)t}.$$

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2003 г.)

Вариант II

1. Является ли равномерно непрерывной функция

$$f(x) = \frac{\sin x - x}{x^2}$$

на интервале $(0, \infty)$? Ответ обосновать.

2. Найти жорданову форму матрицы и жорданов базис пространства R^4 для оператора умножения столбцов из R^4 на матрицу $\begin{pmatrix} 0 & A \\ E & A \end{pmatrix}$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}$.

3. В евклидовом пространстве R^3 даны поверхность $S: \{x^2 + 4y^2 = 1 + 36z^2\}$, точки $P(6, 3, 1)$ и $Q(0, 3, 1)$. Найти:

а) уравнение касательной плоскости к поверхности S, проходящей через точки P и Q;

б) уравнение поверхности, полученной отражением поверхности S относительно найденной касательной плоскости.

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2003 г.)

Вариант II

4. Найти поток векторного поля $\vec{F} = (xy, yz, z^2)$ через поверхность

$$S: \left\{ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = R^2, \quad z \geq \frac{cR}{2} \right\}.$$

5. Найти порядок нуля $z_0 = 1$ функции

$$F(z) = \int\limits_1^z (z - t)^n (e^{t-1} - 1)^m \, dt, \quad n, m = 0, 1, ...$$

6. Найти общее решение уравнения

$$y''' + 27iy = (9 - 9\sqrt{3}i) e^{\frac{(3\sqrt{3} - 3i)t}{2}}.$$