

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2000 г.)

Вариант I

1. Подобрать числа a , b так, чтобы при $x \rightarrow 0$ имеет место асимптотическое равенство

$$\operatorname{ctg} x = \frac{1 + ax^2}{x + bx^3} + O(x^5).$$

2. Пусть V — векторное пространство многочленов с вещественными коэффициентами от одной переменной x степени ≤ 2 , φ — операция дифференцирования по x . Найти

а) матрицу A преобразования φ в базисе $\{1, x + 1, (x + 1)^2\}$.

б) жорданову форму матрицы A и матрицы перехода.

3. Определить тип кривой и привести уравнение к каноническому виду

$$2x^2 + 4xy + 5y^2 + 8x + 2y = 0.$$

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2000 г.)

Вариант I

4. Вычислить интеграл

$$\int_L \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2},$$

где L — эллипс: $4x^2 - 8x + y^2 = 0$.

5. Функция $f(z)$ аналитична на всей комплексной плоскости за исключением точки $z = 2$, где она имеет полюс порядка 2, причем

$$\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = 2, \quad \operatorname{res}_{z=2}(z - 1)f(z) = 4.$$

Найти $f(3)$.

6. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} (4t - 9)y'' - (16t - 32)y' + 16y = 0, \\ y|_{t=9/4} = y_0, \\ y'|_{t=9/4} = y_1. \end{cases}$$

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2000 г.)

Вариант II

1. Существуют ли числа a, b такие, что при $x \rightarrow 0$ имеет место асимптотическое равенство

$$\operatorname{ctg} x = \frac{1 + ax^2}{x + bx^3} + O(x^7).$$

2. Пусть V — векторное пространство многочленов с вещественными коэффициентами от одной переменной x степени ≤ 2 , φ — операция дифференцирования по x . Найти

а) матрицу A преобразования φ в базисе $\{1, x - 1, (x - 1)^2\}$.

б) жорданову форму матрицы A и матрицы перехода.

3. Определить тип кривой и привести уравнение к каноническому виду

$$7x^2 + 8xy + y^2 - 2x + 4y = 0.$$

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН В МАГИСТРАТУРУ (2000 г.)

Вариант II

4. Вычислить интеграл

$$\int_L \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2},$$

где L — эллипс: $5x^2 - 7x + y^2 = 0$.

5. Функция $f(z)$ аналитична на всей комплексной плоскости за исключением точки $z = 0$, где она имеет полюс порядка 2, причем

$$\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = 2, \quad f(2) = 4.$$

Найти $\operatorname{res}_{z=0}(z + 2)f(z)$.

6. Решить задачу Коши

$$\begin{cases} (4t - 7)y'' + (16t - 32)y' - 16y = 0, \\ y|_{t=7/4} = y_0, \\ y'|_{t=7/4} = y_1. \end{cases}$$