



## Эффективные методы решения обратных задач с применением в томографии

Профессор Альфред К. Луис,  
Университет Саарланда, Германия

4 лекции (на английском языке) для студентов,  
аспирантов и сотрудников, интересующихся  
теорией обратных задач. Институт математики,  
4, 6, 11 и 13 октября, 10-45, ауд. 115

Рассматриваются обратные задачи решения операторных уравнений  $Af = g$  первого рода в соответствующих функциональных пространствах. При наличии шума в данных процесс решения должен быть стабилизирован с целью снижения влияния ошибки данных на решение и сохранения его точности. Если задача решается многократно для различных  $g$ , (как, например, в медицинской томографии, когда сканируются различные пациенты), тогда имеет смысл построить отображение данных на регуляризованное решение, которое можно эффективно оценить.

Метод приближенного обращения обеспечивает общие подходы, начиная с приближения дельта-функции  $\delta_x^\gamma$ , чтобы найти, с помощью решения (по независимым данным) вспомогательной задачи  $A^*\psi_x^\gamma = \delta_x^\gamma$ , отображение данных  $g$  на регуляризацию  $f_\gamma(x) = \psi_x^\gamma g$ . Адаптированные усреднения  $\delta_x^\gamma$  приводят к эффективной реализации метода. Приводятся простые примеры, демонстрирующие этот подход. Доказываются свойства регуляризации и предлагаются обобщения с целью определения особенностей решения непосредственно из данных.

В качестве приложения рассматривается задача рентгеновской  $2D$ -томографии. Анализируется соответствующее интегральное преобразование Радона; изучается степень некорректности задач восстановления по полному и по ограниченному набору углов, с помощью сингулярного разложения. С использованием описания ненулевого (для конечного числа проекций) ядра преобразования Радона характеризуется максимально возможное разрешение с учетом конечности набора данных.

Затем подробно излагаются быстрые алгоритмы, в основном типа фильтрации и обратной проекции. Устанавливается связь с методом приближенного обращения и описываются методы быстрого восстановления. Анализ ошибок и примеры с синтезированными и реальными данными завершают эту часть.

В заключение рассматривается задача  $3D$ -томографии с конусной схемой сбора данных и различными геометриями сканирования, такими как круговые и спиральные. Приложения в области неразрушающего контроля приводят к многим интересным задачам для исследований в будущем. Особенности метода позволяют получить более качественные решения задач по определению контуров объектов.