

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

5-6 семестры

1. Метрические пространства. Примеры. Полнота некоторых пространств. Сепарабельность. Теория о вложенных шарах. Теорема о полноте метрического пространства. Принцип сжатых отображений. Теорема Бэра. Примеры.
2. Линейные нормированные пространства. Примеры. Пространства Соболева. Теорема вложения. Пространства Гильберта, примеры.
3. Линейные операторы в Банаховых пространствах. Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема Банаха об обратном операторе. Линейные функционалы. Пространства линейных операторов. Примеры. Общий вид линейных функционалов в некоторых пространствах. Теорема Рисса об общем виде функционалов в H . Пространства Банаха с базисом. Сопряженные пространства, рефлексивность. Слабая сходимость. Сопряженные операторы. Теорема Хана-Банаха. Примеры.
4. Компактность. Критерии компактности, примеры. Вполне непрерывные операторы. Теория Фредгольма в Гильбертовом пространстве. Формулировка теорем Фредгольма для случая Банахова пространства, конечномерный случай. Присоединенные собственные элементы. Примеры.
5. Ограниченные самосопряженные операторы. Проекционные операторы. Введение в спектральную теорию операторов. Квадратный корень из положительного оператора. Спектральное разложение самосопряженного оператора (ограниченного). Примеры.

Программа семинарских занятий

5 семестр

1. Счетные множества.
- 2-3. Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества.
- 3-4. Полнота. Пополнение.
5. Плотность, всюду плотность, сепарабельность.
- 6-7. Компактность. Вполне ограниченность. Относительная компактность.
8. *Контрольная работа.*
9. Мера и интеграл Лебега-Стилтьеса.
- 10-11. Нормированные пространства. Линейные функционалы.
12. Сопряженные пространства.
13. Следствия теоремы Хана-Банаха.
- 14-15. Гильбертовы пространства.
16. *Контрольная работа.*

6 семестр

- 1-2. Линейные ограниченные операторы. Норма. Сходимость в $L(x,y)$.
3. Обратные операторы.
- 4-5. Спектр.
6. Сопряженные, самосопряженные операторы.
7. *Контрольная работа.*
8. Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема Банаха об обратном операторе. Теорема о замкнутом графике.
- 9-10. Слабая сходимость. Слабые свойства.
- 11-12. Компактные операторы.
13. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Спектр интегрального оператора.
14. *Контрольная работа.*

Литература

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. *Элементы функционального анализа.*
2. Смирнов В.И. *Курс высшей математики.* т V.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа.*
4. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. *Теоремы и задачи функционального анализа.*
5. Треногин В.А., Писаревский Е.М., Соболева Т.С. *Задачи и упражнения по функциональному анализу.*
6. Лапидевский В.Ю., Люлько Н.А., Максимова О.Д. *Функциональный анализ.*