

**Программа курса «Денотационная семантика языков
программирования» (λ -исчисление и его семантика),
5-й курс магистратуры НГУ, I семестр 2012 г.
Лектор: проф., д.ф.-м.н. Андрей Сергеевич Морозов**

1. Бестиповое λ -исчисление. Синтаксис. λ -Термы. Подтермы. Вхождение подтерма в терм. Множество свободных переменных терма. Свободные и связанные вхождения переменных, а также области действия для λ . α -Эквивалентность λ -термов. Терм свободный для подстановки. Операция подстановки терма в терм вместо всех свободных вхождений переменной. Свойства подстановки. β -Редукции. Редексы. Нормальные формы. Нормализуемые термы. Теорема Чёрча-Россера (доказательство через параллельные редукции и их свойства). Единственность нормальной формы. β -Эквивалентность и ее свойства.

2. λ -Исчисление как язык программирования. Натуральные числа Чёрча и определение представимых функций. Представимость любых всюду определенных рекурсивных функций. Термы True, False, Cond и их свойства. Свойства терма IsNull. Отнимание 1 в λ -исчислении. Теорема о неподвижной точке. Представимость простейших функций, композиции, примитивной рекурсии, μ -оператора. Неразрешимость проблем существования нормальной формы и проблемы β -эквивалентности для термов.

3. Типизированное λ -исчисление. Простые и составные типы. Правила приписывания типов. Типизируемые термы. Сохранение типа при β -редуцировании типизированных термов. Теорема о сильной нормализации типизируемых термов (без доказательства).

4. Семантика Скотта для бестипового λ -исчисления. Направленные множества. Полные частично упорядоченные множества (пчумы). Топология Скотта. Критерий непрерывности отображения в топологии Скотта. Монотонность непрерывных отображений. Декартовым произведением семейств пчум. Пчум всех непрерывных отображений полных чум. Теорема о непрерывности функций от двух аргументов. Теорема о непрерывности аппликации. Теорема о непрерывности λ -абстракции. Проекция полных чумов. Ретракты и ретракции. Свойства проекций полных чумов. Перенесение проекций с полных чум на пчумы их непрерывных отображений. Определение пчум D_∞ . Определение отображений Φ_{mn} и их свойства. Определение операции \cdot на D_∞ , ее непрерывность, связь с операцией применения (аппликации) на $D_{n+1} \times D_n$. Связь опера-

ции \cdot и упорядочения. Теорема о функциональной полноте $\langle D_\infty, \cdot \rangle$. Изоморфизм и гомеоморфизм упорядоченных множеств D_∞ и $[D_\infty \rightarrow D_\infty]$. Представление непрерывных функций на D_∞^n с помощью операции \cdot . Определение семантики Скотта для λ -термов. Связь β -эквивалентности и семантики Скотта.

5. Графиковая модель λ -исчисления. Определение графиковой модели, ее отличие от модели Скотта.

6. Информационные системы Скотта. Определение. Состояния информационной системы. Компактные элементы пчум. Домены Ершова–Скотта. Связь доменов Ершова–Скотта и информационных систем Скотта.

Рекомендуемая литература:

1. А.С.Морозов, *Денотационная семантика языков программирования (λ -Исчисление и его семантика)*, конспект лекций, <http://math.nsc.ru/~asm256/lambda/LambdaJan2011.pdf>
2. Х. Барендрегт, *Лямбда-исчисление. Его синтаксис и семантика*. М., Мир, 1985, 606 стр.