

ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 15.09.96

1.1. Найти функцию  $f(x, y)$ , определённую в области  $\{x > 0, y > 0\}$ , градиент которой равен  $(-y/(x^2 + y^2), x/(x^2 + y^2))$ .

1.2. Решить матричное уравнение

$$X \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} X - X = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$$

в алгебре комплексных  $2 \times 2$ -матриц.

1.3. Провести через начало координат четыре плоскости, пересекающие эллипсоид

$$x^2 + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{36} = 1$$

по эллипсам с отношением полуосей  $3 : 5$ .

1.4. Вычислить интеграл

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx$$

с точностью до  $0,01$ . Ответ обосновать.

1.5. Построить конформное отображение области  $\{z : |z| < 1, \operatorname{Re} z > 0\}$  на верхнюю полуплоскость  $\operatorname{Im} w > 0$  так, чтобы  $w(-i) = \infty$ ,  $w(0) = 3$ ,  $w(i) = 1$ .

1.6. Найти общее решение уравнения

$$x^2 y'' + 3xy' + y = x^{-1}, \quad x > 0.$$

ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 15.09.96

2.1. Найти функцию  $f(x, y)$ , определённую в области  $\{x > 0, y > 0\}$ , градиент которой равен  $(-y/(x(x+y)), 1/(x+y))$ .

2.2. Решить матричное уравнение

$$X \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} X + 2X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

в алгебре комплексных  $2 \times 2$ -матриц.

2.3. Провести через начало координат четыре плоскости, пересекающие эллипсоид

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

по эллипсам с отношением полуосей  $1 : 2$ .

2.4. Вычислить интеграл

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$$

с точностью до  $0,001$ . Ответ обосновать.

2.5. Построить конформное отображение области  $\{z : |z| < 1, \operatorname{Re} z < 0\}$  на верхнюю полуплоскость  $\operatorname{Im} w > 0$  так, чтобы  $w(-i) = 2, w(0) = 4, w(i) = \infty$ .

2.6. Найти общее решение уравнения

$$x^2 y'' + 4xy' + 2y = x^{-2}, \quad x > 0.$$

ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 15.09.96

3.1. Найти функцию  $f(x, y)$ , определённую в области  $\{x > 0, y > 0\}$ , градиент которой равен  $(y/(x+y)^2, -x/(x+y)^2)$ .

3.2. Решить матричное уравнение

$$X \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 16 & -4 \end{pmatrix} X + 3X = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -12 & 4 \end{pmatrix}$$

в алгебре комплексных  $2 \times 2$ -матриц.

3.3. Провести через начало координат четыре плоскости, пересекающие эллипсоид

$$x^2 + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$$

по эллипсам с отношением полуосей  $4 : 5$ .

3.4. Вычислить интеграл

$$\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x} dx$$

с точностью до  $0,1$ . Ответ обосновать.

3.5. Построить конформное отображение области  $\{z : |z| < 2, \operatorname{Im} z > 0\}$  на верхнюю полуплоскость  $\operatorname{Im} w > 0$  так, чтобы  $w(-2) = 1, w(0) = 3, w(2) = \infty$ .

3.6. Найти общее решение уравнения

$$x^2 y'' - xy' + y = x, \quad x > 0.$$

ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 15.09.96

4.1. Найти функцию  $f(x, y)$ , определённую в области  $\{x > 0, y > 0\}$ , градиент которой равен  $(y/(x(x+y)), x/(y(x+y)))$ .

4.2. Решить матричное уравнение

$$X \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 25 & -5 \end{pmatrix} X - 4X = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$$

в алгебре комплексных  $2 \times 2$ -матриц.

4.3. Провести через начало координат четыре плоскости, пересекающие эллипсоид

$$x^2 + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$$

по эллипсам с отношением полуосей  $3 : 4$ .

4.4. Вычислить интеграл

$$\int_0^1 \cos x^2 dx$$

с точностью до  $0,001$ . Ответ обосновать.

4.5. Построить конформное отображение области  $\{z : |z| < 2, \operatorname{Im} z < 0\}$  на верхнюю полуплоскость  $\operatorname{Im} w > 0$  так, чтобы  $w(-2) = \infty$ ,  $w(0) = 4$ ,  $w(2) = 3$ .

4.6. Найти общее решение уравнения

$$x^2 y'' - 5xy' + 5y = x, \quad x > 0.$$