

Программа курса «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Лектор: доц. Егоров А.А.

2012-13 учебный год

1 семестр

Векторные и аффинные пространства. Векторы. Аксиомы векторного пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Теорема о замене. Размерность векторного пространства. Базис. Координаты вектора. Линейная изоморфность векторных пространств. Аксиомы аффинного пространства. Аффинная система координат. Изоморфность аффинных пространств. Линейная оболочка множества. Векторные подпространства. Аффинные подпространства. Параллельность аффинных подпространств. Прямые, лучи, отрезки. Деление отрезка в данном отношении. Параметрическое уравнение аффинных подпространств. Формулы перехода от одной аффинной системы координат к другой. Гиперплоскости. Теорема об уравнении гиперплоскости. Полупространства.

Евклидовы пространства. Аксиомы скалярного произведения векторов. Норма (длина) вектора, согласованная со скалярным произведением. Неравенство Коши — Буняковского и неравенство Минковского. Расстояние в аффинном пространстве, согласованное со скалярным произведением. Метризованное аффинное пространство. Угол между векторами. Ортогональность векторов. Ортогональные и ортонормированные наборы векторов. Декартова прямоугольная система координат. Ортогонализация Грама — Шмидта. Матрица Грама. Ортогональное дополнение к подпространству. Теорема о расстоянии от точки до аффинного подпространства. Формула расстояния от точки до гиперплоскости.

Ориентация и объём. Ориентации базисов в векторном пространстве. Параллелепипеды. Объём параллелепипеда. Формулы для вычисления объёма. Смешанное произведение. Векторное произведение в трёхмерном пространстве. Теорема синусов сферической тригонометрии.

2 семестр

Кривые второго порядка на евклидовой плоскости. Алгебраические кривые второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Канонические уравнения для кривых на евклидовой плоскости. Эллипс, гипербола, парабола и их свойства.

Аффинные отображения и преобразования. Линейные отображения векторных пространств. Теорема о сумме размерностей ядра и образа линейного отображения. Определение аффинного отображения. Теорема о композиции аффинных отображений. Теорема об обратном к аффинному отображению. Теорема о размерности образа аффинного отображения. Теорема Дарбу. Формула аффинного отображения в аффинных системах координат. Аффинные преобразования. Собственные и несобственные аффинные преобразования. Изометрические отображения. Собственные и несобственные изометрические преобразования плоскости и трёхмерного пространства.

Алгебраические поверхности. Алгебраические функции. Алгебраические поверхности. Допустимые поверхности. Теорема о делимости многочлена. Теорема о единственности уравнения, задающего допустимую поверхность. Цилиндрические поверхности. Конические поверхности. Поверхности вращения.

Поверхности второго порядка. Упрощение многочлена второй степени при помощи ортогональной замены переменных. Простейшие многочлены. Канонические уравнения для поверхностей в трёхмерном пространстве. Инварианты. Полуинварианты. Инвариантность полуинвариантов для многочлена. Теорема об определении простейшего многочлена по инвариантам. Определение канонического уравнения по инвариантам. Теорема об аффинной классификации кривых и поверхностей. Метод Лагранжа распознавания поверхности. Теорема о метрической классификации кривых и поверхностей. Формула приращения алгебраической функции второй степени. Градиент алгебраической функции второй степени. Касательные к поверхности. Центр и плоскости симметрии поверхности второго порядка. Плоскость, сопряжённая данному направлению. Классификация направлений для допустимой поверхности: особые, асимптотические, сопряжённые и главные направления. Геометрические свойства направлений. Эллипсоид, конус, однополостный и двуполостный гиперboloиды, эллиптический и гиперболический параболоиды и их свойства.

Литература

- Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия. 2-е изд., испр. СПб.: БХВ-Петербург, 2010.
- Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. 2-е изд. СПб.: Лань, 2008.
- Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. 10-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
- Веселов А.П., Троицкий Е.В. Лекции по аналитической геометрии. СПб.: Лань, 2003.
- Гильберт Д., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия. 5-е изд. М.: УРСС, 2010.
- Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. 7-е изд., стер. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004..
- Львов И.В. Многомерная аналитическая геометрия. Ч. 1: Координатные пространства. Вып. 1 и 2. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1999.
- Моденов П.С. Аналитическая геометрия. М.: Изд-во МГУ, 1969.
- Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. М.-Ижевск: РХД, 2002.
- Погорелов А.В. Аналитическая геометрия. 4-е изд., перераб. (репр. изд. 1978 г.). М.-Ижевск: РХД, 2005.
- Постников М.М. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1973.
- Сторожук К.В. Лекции по аналитической геометрии. Ч. 1: Линейная геометрия. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2003.

Темы семинарских занятий¹

1 семестр

Векторы (2 занятия). 1, 4, 5, 7, 9, 17, 20, 26, 28, 30, 31, 42, 139, 146, 148, 150, 152. Дом. 2, 3, 6, 10, 21, 23, 27, 29, 43, 44, 138, 145, 149, 151, 153.

Координаты (1 занятие). 47, 49, 51, 57, 58, 90, 91, 95, 84, 88. Дом. 48, 50, 52, 59, 92, 96, 85, 87.

Прямые на плоскости (4 занятия). 367, 369, 371, 377, 379, 385, 387, 389, 391, 400, 404, 412, 416, 418, 420, 422, 424, 427, 429, 432, 434, 439, 442, 446, 450, 452, 454, 458, 465, 469, 472, 476. Дом. 368, 370, 372, 378, 386, 388, 390, 392, 399, 405, 411, 417, 419, 421, 423, 425, 426, 428, 431, 433, 438, 443, 444, 451, 453, 455, 460, 466, 468, 473, 475.

Плоскость и прямая в пространстве (3 занятия). 500, 501, 505, 513, 515, 517, 519, 530, 532, 534, 541, 547, 549, 551, 556, 558, 567, 569, 577, 578, 583, 585, 590, 592, 597, 603, 608, 616, 618, 620. Дом. 499, 502, 507, 514, 516, 518, 520, 531, 533, 535, 537, 539, 548, 550, 552, 557, 559, 568, 570, 580, 581, 582, 584, 591, 594, 599, 604, 609, 617, 619, 622.

Преобразование координат (1 занятие). 659, 660, 662, 668, 673, 681, 683, 685, 689, 695. Дом. 661, 663, 669, 670, 674, 684, 686, 690, 696.

Векторное и смешанное произведение (1 занятие). 189, 190, 192, 194, 196, 198, 200, 202(2,3), 204, 205, 209. Дом. 191, 193, 195, 197, 201, 202(1,4,5), 203, 207, 208.

Контрольные работы и повторный разбор наиболее трудных тем (3–4 занятия).

2 семестр

Уравнение линий на плоскости (1 занятие). 291, 298, 311, 318, 325, 328, 337. Дом. 292, 297, 312, 317, 326, 338.

Приведение кривой второго порядка к каноническому виду (1 занятие). 805, 807. Дом. 805, 807.

Окружность, эллипс, гипербола, парабола (3 занятия). 700, 705, 706, 708, 712, 716, 717, 718, 728, 729, 732, 733, 735, 737, 744, 751, 759, 760, 764, 768, 780, 782, 785, 797, 802, 828, 841, 853, 858, 875(1), 883, 894. Дом. 703, 707, 711, 717, 727, 730, 731, 734, 736, 738, 745, 752, 761, 762, 765, 769, 781, 783, 786, 798, 803, 829, 842, 854, 859, 875(2), 879, 895.

Аффинные и изометрические преобразования (1 занятие). 1156, 1158, 1160, 1163, 1169, 1192, 1203, 1234, 1245. Дом. 1157, 1159, 1161, 1162, 1170, 1193, 1194, 1236, 1248.

Аффинные преобразования линий второго порядка (1 занятие). 1206, 1214, 1218, 1219, 1223(1), 1225, 1227(1). Дом. 1207, 1215, 1220, 1221, 1222, 1224, 1227(2).

Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду (2 занятия). 1046. Дом. 1046, 1047, 1949.

Инварианты (1 занятие). 807, 810, 812, 814, 1046, 1054, 1056. Дом. 807, 811, 813, 815, 1046, 1055.

Исследование поверхностей второго порядка (3 занятия). 941, 976, 989, 993, 997, 1002, 1038, 1078, 1075, 1085, 1089, 1098, 1104, 1105, 1115. Дом. 941, 978, 990, 992, 996, 1005, 1039, 1079, 1080, 1086, 1097, 1106, 1114.

Контрольные работы и повторный разбор наиболее трудных тем (3–4 занятия).

¹Порядок тем на семинарах, подборка задач и время проведения контрольных работ остаются на усмотрение преподавателя, ведущего семинарские занятия.