Приложение 3

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Аннотации курсов по выбору обучающихся

Направление подготовки
010400 – Прикладная математика и информатика

Квалификация (степень) выпускника
Магистр

Форма обучения
Очная

Новосибирск 2014

Оглавление

Общая характеристика альтернативных курсов

Курсы по выбору обучающихся (альтернативные курсы) входят в вариативную часть блока «Дисциплины (модули)» ООП магистратуры по направлению 010400 – Прикладная математика и информатика.

Альтернативные курсы профессиональной направленности изучаются студентами магистратуры на кафедрах специализации. Учебным планом предусмотрено посещение четырех годовых спецкурсов трудоемкости 4 зачетные единицы в течение всего срока магистратуры. Допускается посещение разбиение годовых спецкурсов на полугодовые. Спецкурсы направлены на развитие компетенций ОК-2, ОК-4, ОК-6, ОК-9, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-5. Форма промежуточной аттестации – экзамен.

Кроме того, каждый студент магистратуры должен посещать научный семинар по тематике исследований в течение всего срока обучения в магистратуре, итого: 2 годовых спецсеминара, трудоемкость 8 зачетных единиц, направлен на развитие компетенций ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОК-4, ОК-5, ОК-6, ОК-7, ОК-8, ОК-9, ОК-10, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-5. Форма промежуточной аттестации – зачет в конце каждого семестра.

Выбор спецкурсов и спецсеминаров осуществляется студентом в согласовании с научным руководителем и руководством кафедры.

Студенты могут посещать альтернативные курсы в объемах, превышающих указанные в учебном плане. Дисциплины (разделы дисциплин), прослушанные и сданные сверх плана засчитываются в качестве факультативов.

Курсы кафедры вычислительной математики

Численное решение обыкновенных и стохастических дифференциальных уравнений
Автор: доц., к.ф.-м.н. Т.А.Аверина

Содержание курса:

1. Численные методы решения ОДУ

1.1. Задача Коши для систем ОДУ. Линейные системы. Жесткие системы

1.2. Элементарные дифференциалы. Разложение точного решения задачи Коши в ряд Тейлора.

Типы численных методов. Основные определения

1.3. Методы типа Рунге-Кутты. Теорема сходимости. Разложение численного решения задачи Коши в ряд Тейлора. Согласованность и устойчивость методов типа Рунге-Кутты

1.4. Методы типа Розенброка. Теорема сходимости. Разложение численного решения задачи Коши в ряд Тейлора. Согласованность и устойчивость методов типа Розенброка

1.5. Многошаговые методы. Устойчивость. Теорема сходимости. Уравнения согласованности

1.6. Численные методы решения ОДУ с осциллирующим решением

1.7. Экстраполяционные методы и алгоритмы переменного шага

2. Численные методы решения СДУ

2.1. Шесть задач, в решении которых СДУ играют существенную роль

2.2. Некоторые сведения из теории вероятностей, теории случайных процессов и статистического моделирования

2.3. Винеровский процесс. Закон повторного логарифма

2.4. Задача Коши для систем СДУ. Основные определения. Разложение решения в ряд Тейлора.

Уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова

2.5. Формула Ито дифференцирования сложной функции

2.6. Построение СДУ с заданными вероятностными характеристиками решения

2.7. Семейство обобщенных численных методов типа Розенброка для решения систем СДУ в смысле Стратоновича. Теорема сходимости. Согласованность методов. Устойчивость

2.8. Семейство обобщенных численных методов типа Розенброка для решения систем СДУ в смысле Ито. Теорема сходимости. Согласованность методов. Устойчивость

2.9. Обобщенные методы типа Рунге-Кутты для решения задачи Коши для СДУ

2.10. Численные методы первого и второго порядков слабой сходимости

2.11. Численное решение линейных систем СДУ

2.12. Алгоритмы переменного шага и экстраполяция Ромберга

2.13. Использование СДУ для численного решения линейных эллиптических и параболических уравнений

2.14. Статистическое моделирование решений СДУ в задачах анализа и синтеза автоматического управления

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Аверина Т.А. Построение и использование численных методов решения стохастических дифференциальных уравнений. Учебное пособие. Новосибирск. НГУ, 2012.

2. Артемьев С.С. Численное решение обыкновенных и стохастических дифференциальных уравнений. Новосибирск: НГУ, 1995.

Статистическое моделирование срочных финансовых операций
Автор: проф., д.ф.-м.н. С.С. Артемьев

Содержание курса:

1. Финансовые инструменты
2. Банковская процентная ставка
3. Ценные бумаги с фиксированным доходом
4. Обыкновенные акции
5. Иностранная валюта
6. Финансовые фьючерсы
7. Опционы
8. Арбитраж и хеджирование
9. Математическое и статистическое моделирование финансовых операций
10. Основные цели статистического моделирования финансовых операций
11. Вероятностные характеристики ценовых рядов
12. Классическая модель динамики цены акции
13. Теория Блэка-Шоулза расчета стоимости опциона
14. Многомерные модели динамики цен акций
15. Оценка параметров многомерных моделей динамики цен
16. Модель динамики цены акции
17. Модель динамики цены акции с аддитивным шумом наблюдений
18. Стохастические волновые модели фьючерсных спрэдов
19. Модель динамики цены акции с ненулевым эксцессом приращений
20. Адаптированные модели ценовых рядов
21. Имитационное моделирование торговли акциями
22. Формирование инвестиционного портфеля акций
23. Алгоритм статистического моделирования денежных потоков
24. Анализ вероятности характеристик торговых алгоритмов
25. Анализ используемой в торговом алгоритме модели приращений цены
26. Модель приращений цены со скачками. Оценки параметров модели
27. Торговые алгоритмы и их вероятностные характеристики
28. Анализ асимптотических распределений числа сделок и величины суммарной доходности торгового алгоритма
29. Модель приращений сглаженной цены
30. Математическое ожидание числа сделок торговых алгоритмов при нормальном распределении приращений цены
31. Сравнение аналитических результатов с результатами статистического моделирования

ЛИТЕРАТУРА

Артемьев С.С., Якунин М.А. Математическое и статистическое моделирование в финансах. Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2008.

Функциональные оценки метода Монте-Карло
Автор: проф., д.ф.-м.н. А.В.Войтишек

Содержание курса:

1. Дискретно-стохастические численные методы (Д-СЧМ) оценки функций
2. - и С-подходы к оценке погрешности Д-СЧМ
3. Оценка детерминированной компоненты погрешности
4. Устойчивость аппроксимации Стренга-Фикса
5. Независимые оценки в узлах сетки
6. Метод зависимых испытаний
7. Методы гистограмм и полигона частот
8. Оценка стохастической компоненты погрешности для -подхода
9. Оценка стохастической компоненты погрешности для С-подхода (случай независимых оценок в узлах)
10. Оценка стохастической компоненты погрешности для С-подхода (случай зависимых оценок в узлах)
11. Общий вид погрешностей Д-СЧМ
12. Условная оптимизация Д-СЧМ
13. Обоснование метода зависимых испытаний

Л И Т Е Р А Т У Р А

Войтишек А.В. Функциональные оценки метода Монте-Карло. Новосибирск: НГУ, 2007.

Дискретно-стохастические методы численного интегрирования
Автор: проф., д.ф.-м.н. А.В.Войтишек

Содержание курса6

1. Вычисление интеграла методом Монте-Карло. Включение особенности подынтеральной функции в моделируемую плотность
2. Вычисление бесконечных сумм интегралов методом Монте-Карло
3. Стохастическая тестовая система функций
4. Использование кусочно-полиномиальных приближений функций в методах Монте-Карло. Моделируемые базисы
5. Двусторонний геометрический метод (дискретно-стохастическая версия)
6. Дискретно-стохастическая версия метода выборки по важности
7. Использование существенной выборки в методе Монте-Карло
8. Дискретно-стохастическая версия метода выделения главной части
9. Интегрирование по части области
10. Метод расслоенной выборки (выборка по группам)
11. Оптимальные кубатурные формулы в и
12. Метод сложной многомерной симметризации
13. Дискретно-стохастическая версия метода равномерной выборки
14. Дискретно-стохастическая версия метода Монте-Карло с поправочным множителем
15. Случайные кубатурные формулы
16. Рандомизация метода последовательных приближений
17. Вычисление винеровских интегралов
18. Использование квази-случайных чисел

Л И Т Е Р А Т У Р А

Войтишек А.В. Дискретно-стохастические методы уменьшения трудоемкости стандартного метода Монте-Карло. Новосибирск: НГУ, 2008.

Численное моделирование случайных величин
Автор: проф., д.ф.-м.н. А.В.Войтишек

Содержание курса:

1. Свойства стандартных случайных чисел
2. Равномерность и корреляция соседних членов последовательности метода вычетов
3. Свойство периодичности и тестирование метода вычетов
4. Оптимизация стандартного метода моделирования дискретных случайных величин
5. Использование алгоритма моделирования равномерного дискретного распределения
6. Квантильный метод
7. Специальные методы моделирования дискретных случайных величин (на примере геометрического распределения)
8. Элементарные распределения непрерывных случайных величин
9. Моделирование случайных величин, имеющих составные плотности распределения
10. Построение элементарных плотностей
11. Построение моделируемых плотностей двумерных случайных векторов с зависимыми компонентами
12. Построение плотностей случайных величин, при моделировании которых целесообразно использовать методы суперпозиции
13. Модифицированный метод суперпозиции
14. Метод суперпозиции для составных плотностей
15. Построение плотностей случайных величин, при моделировании которых целесообразно использовать мажорантный метод исключения
16. Двусторонний метод исключения. Моделирование усеченных распределений
17. Применение полиномиальных и кусочно-полиномиальных плотностей
18. Моделируемость аппроксимации Стренга-Фикса
19. Моделируемость аппроксимации Бернштейна
20. Моделирование распределения с полиномиальной плотностью
21. Моделирование гамма-распределения
22. Моделирование бета-распределения

Л И Т Е Р А Т У Р А

Войтишек А.В. Дополнительные сведения о численном моделировании случайных элементов. Новосибирск: НГУ, 2007.

Методы решения сеточных уравнений
Автор: д.ф.-м.н., профессор А.М.Мацокин

Содержание курса:

1. Метод матричной прогонки решения дискретного уравнения Пуассона в прямоугольнике. Прямой ход матричной прогонки. Обратный ход матричной прогонки. Устойчивость матричной прогонки
2. Самый быстрый алгоритм решения дискретного уравнения Пуассона в прямоугольнике. Неустойчивость алгоритма.
3. Метод циклической редукции. Редукция. Неустойчивость пересчета правых частей. Устойчивый пересчет правых частей. Обратный ход метода редукции. Факторизация матриц.
4. Частичные задачи и алгоритмы их решения. Параллельный пересчет. Пересчет крест-накрест. Примеры применения описанных алгоритмов. Разностная задача Дирихле для уравнения Лапласа. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
5. Фиктивные компоненты. Общий алгоритм. Пример: разностная задача Дирихле в непрямоугольной области.
6. Методы альтернирования по подпространствам. Метод Шварца альтернирования по подобластям. Метод альтернирования по подпространствам. Операторная формулировка метода. Симметричный вариант метода альтернирования по подпространствам. Операторная формулировка метода. Условие сходимости методов альтернирования по подпространствам.
7. Матричная формулировка методов альтернирования. Метод альтернирования по подпространствам. Симметричный вариант метода альтернирования по подпространствам.
8. Пример метода альтернирования по подобластям с налеганием. Метод альтернирования Шварца по двум подобластям. Матричная формулировка метода альтернирования по подобластям с налеганием для ВРС (МКЭ) на кусочно-линейных восполнениях
9. Метод альтернирования по подобластям без налегания (пример). Симметричный вариант метода альтернирования по подобластям без налегания (пример)

Л И Т Е Р А Т У Р А

Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М., Наука, 1978, 592 с.

Моделирование случайных процессов I
Автор: проф., д.ф.-м.н. В.А.Огородников

Содержание курса:

1. Гауссовские процессы и поля дискретного аргумента с теплицевыми ковариационными матрицами
2. Метод условных математических ожиданий для моделирования нормальных векторов с теплицевыми корреляционными матрицами
3. Моделирование авторегрессионных процессов с заданной корреляционной структурой
4. Метод условных математических ожиданий для моделирования векторных гауссовских последовательностей конечной длины с блочно-теплицевыми ковариационными матрицами
5. Алгоритмы моделирования однородных и однородных изотропных гауссовских полей на регулярных сетках с блочно-теплицевыми ковариационными матрицами
6. Моделирование стационарных гауссовских векторных авторегрессионных процессов
7. Использование многомерных моделей авторегрессии и скользящего среднего для моделирования однородных гауссовских полей
8. Использование алгоритмов моделирования стационарных векторных процессов для моделирования периодически коррелированных процессов дискретного аргумента. Примеры периодически коррелированных процессов
9. Алгоритмы моделирования негауссовских процессов дискретного аргумента на основе специальных функциональных преобразований гауссовских процессов с приложениями в области статистической метеорологии
10. Моделирование комплексов негауссовских процессов и полей. Примеры построения вероятностных моделей реальных процессов
11. Моделирование условно распределенных гауссовских процессов дискретного аргумента. Стохастическое восполнение гауссовских стационарных процессов и однородных полей
12. Некоторые классы кусочно-постоянных негауссовских случайных процессов и полей. Примеры использования
13. Кусочно-постоянное стохастическое восполнение негауссовских случайных процессов и полей с сохранением их исходных свойств

Л И Т Е Р А Т У Р А

Огородников В.А., Пригарин С.М. Основы численного моделирования случайных процессов и полей. Методические указания к курсу «Моделирование случайных процессов и полей». Вы-пуск 1: Схемы авторегрессии и скользящего среднего. Новосибирск: НГУ, 1996.

Моделирование случайных процессов II
Автор: проф., д.ф.-м.н. С.М.Пригарин

Содержание курса:

1. Спектральные модели гауссовских стационарных процессов и однородных полей

1.1. Принципы построения спектральных моделей

1.2. Рандомизация спектра

1.3. Спектральные модели скалярных и векторных полей

2. Применение спектральных моделей для имитации полей облачности и поверхности морского волнения

3. Моделирование условно распределенных гауссовских процессов и полей. Точные и приближенные алгоритмы

4. Интерполяция гауссовских стационарных процессов и однородных полей

5. Моделирование некоторых классов нестационарных процессов и неоднородных полей

периодически коррелированные процессы

5.1. Приближенные модели нестационарных процессов и неоднородных полей

стохастическая интерполяция стационарных и нестационарных процессов

5.2. Примеры практического использования

6. Моделирование негауссовских процессов и полей

6.1. Метод обратной функции распределения, искажение корреляций

6.2. Модификации метода обратных функций применительно к моделированию специальных классов случайных процессов и полей

6.3. Методы на основе стохастических дифференциальных уравнений

6.4. Некоторые классы кусочно-постоянных негауссовских случайных процессов и полей

6.5. Примеры построения вероятностных моделей реальных негауссовских процессов и полей

7. Дополнительный обзор стохастических моделей

7.1. Использование схемы авторегрессии для моделирования векторных процессов и полей

7.2. Моделирование комплексов процессов и полей, примеры построения вероятностных моделей комплексов реальных процессов

7.3. Методы численного моделирования фракталов

7.4. Каскадная модель и ее применение в физике

Л И Т Е Р А Т У Р А

Пригарин С.М. Введение в численное моделирование случайных процессов и полей. Новосибирск, НГУ, 1999.

Методы статистического моделирования для решения нелинейных кинетических уравнений
Автор: проф., д.ф.-м.н. С.В.Рогазинский

Содержание курса:

1. Элементы кинетической теории газов
1.1. Уравнение Больцмана
1.2. Теория столкновения частиц
1.3. Свойства интеграла столкновений
1.4. Граничные условия для уравнения Больцмана
2. Метод прямого статистического моделирования в динамике разреженного газа
(эвристические схемы моделирования)
2.1. Метод расщепления для уравнения Больцмана
2.2. Общие положения метода прямого статистического моделирования
2.3. Статистические схемы моделирования однородной релаксации газа
3. Метод Монте-Карло в динамике разреженного газа
3.1. Уравнение Каца
3.2. Интегральное уравнение и прямое моделирование
3.3. Оценки функционалов от решения уравнения Каца
3.4. Схема «мажорантной частоты»

Л И Т Е Р А Т У Р А

Иванов М.С., Рогазинский С.В. Метод прямого статистического моделирования в динамике разреженного газа. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1988.

Технология проведения вычислительного эксперимента
Автор: д.ф.-м.н., доцент В.М.Свешников

Содержание курса:

1. Основные этапы проведения вычислительного эксперимента. Постановка задачи электрофизики как примера моделирования сложной практической задачи.
2. Построение математических моделей. Уравнения Лагранжа движения материальной точки. Уравнение Пуассона. Модель развития популяции. Модели трудноформализуемых объектов.
3. Представление информации в ЭВМ. Позиционные системы счисления. Смешанные системы счисления. Представление целых и вещественных чисел. Представление символов и команд.
4. Особенности машинной арифметики. Погрешности округления. Нарушения арифметических законов для чисел с конечным представлением мантиссы.
5. Понятие алгоритма. Устойчивый алгоритм. Оптимальный алгоритм. Виды погрешностей.
6. Некоторые особенности численных алгоритмов при решении сложных практических задач. Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Прямые и итерационные методы решения СЛАУ. Многосеточные методы.
7. Геометрические, функциональные и сеточные структуры данных. Структурированные, квазиструктурированные и неструктурированные сетки.
8. Поэлементный подход к проведению расчетов. Формирование матрицы СЛАУ. Поэлементное интегрирование уравнений движения.
9. Создание программных комплексов для автоматизации проведения расчетов. Нисходящее проектирование. Структурированное программирование.
10. Распараллеливание численных алгоритмов. Простейшие параллельные алгоритмы. Метод декомпозиции области как основной инструмент распараллеливания решения сложных практических задач.

Л И Т Е Р А Т У Р А

Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М., Физматлит, 2005.

Методы Монте-Карло для решения краевых задач математической физики
Автор: к.ф.-м.н. И.А.Шалимова

Содержание курса:

1. Алгоритмы статистического моделирования для решения интегральных уравнений
второго рода
1.1. Цепи Маркова
1.2. Основная оценка. Сопряженная оценка
1.3. Решение систем алгебраических уравнений методами Монте-Карло
1.4. Дисперсии случайных оценок
1.5. Аналитическое продолжение по параметру
2. Алгоритмы статистического моделирования для решения краевых задач теории
потенциала. Блуждания по границе
2.1. Потенциалы простого и двойного слоя
2.2. Граничные интегральные уравнения стационарной теории потенциала для решения внутренней задачи Дирихле и внешней задачи Неймана
2.3. Алгоритмы блуждания по границе для решения краевых задач
2.4. Примеры аналитического продолжения ряда Неймана на основе замены переменных
2.5. Изотропное блуждание по границе
2.6. Оценка дисперсии, смещения и трудоемкости алгоритмов
3. Алгоритмы блуждания внутри области для решения краевых задач. Скалярные
алгоритмы
3.1. Интегральная формулировка задачи Дирихле для уравнения диффузии
3.2. Процесс блуждания внутри области. Случайная оценка
3.3. Оценка дисперсии, смещения и трудоемкости алгоритма.
3.4. Учет правых частей уравнений и глобальный алгоритм блуждания по сферам для нахождения поля решений
3.5. Метод двойной рандомизации
3.6. Алгоритмы блуждания по сферам и шарам для решения второй краевой задачи
4. Алгоритмы статистического моделирования для решения краевых задач теории
упругости. Векторные алгоритмы
4.1. Первая краевая задача для бигармонического уравнения. Соотношение о среднем
4.2. Алгоритмы блуждания по сферам для решения системы уравнений
4.3. Оценка дисперсии, смещения и трудоемкости алгоритма
4.4. Система уравнений Ламе. Интегральная формула Пуассона
4.5. Алгоритмы блуждания по сферам для решения первой краевой задачи статики в специальных классах областей

Л И Т Е Р А Т У Р А

Шалимова И.А. Решение краевых задач методом Монте-Карло. НГУ, 2008.

Курсы кафедры математических методов геофизики

Математическое моделирование геофизических процессов в средах сложного геологического строения

Авторы: доцент, д.ф.-м.н. В.А. Чеверда, профессор, академик РАН Б.Г. Михайленко, внс, д.ф.-м.н. Г.В. Решетова

Часть 1. Возбуждение и распространение упругих волн

Постановка начально-краевых задач. Уравнения динамической теории упругости: бихарактеристики, кинематические и динамические условия на слабых разрывах. Задача Коши, начально-краевые задачи, задачи дифракции. Установившиеся упругие колебания. Условия излучения, предельного поглощения и предельной амплитуды.

Сейсмические волны в однородных средах. Плоские волны, сферические волны. Поверхностные волны. Отражение/преломление плоских волн на плоских границах. Волны от элементарных источников: центр расширения, сосредоточенная сила, источники дипольного типа.

Геометрическая сейсмика. Уравнение луча. Лучи в средах с линейной скоростью. Лучевой ряд. Отражение и преломление на границах раздела. Головные волны. Каустики и фокальные точки. ВКБ-приближение.

Элементы теории дифракции. Эталонные задачи (дифракция на цилиндре, на шаре, на клине). Низкие частоты (дифракция на малых телах и малых отверстиях). Высокие частоты (большие тела, большие отверстия,)

Численное моделирование упругих волновых полей. Спектральные и конечно-разностные методы. Понятие численной дисперсии и анизотропии. Поглощающие граничные условия.

Поглощение и затухание сейсмических волн. Среды с последействием. Наиболее распространенные модели сред с поглощением: среда Максвелла, среда Фойхта, линейное твердое тело, обобщенное линейное твердое тело. Понятие добротности.

Элементы теории распространения сейсмических волн в анизотропных средах. Анизотропная среда как предельный случай трещиноватых и тонкослоистых сред. Анизотропия, обусловленная напряженным состоянием среды. Некоторые особенности распространения плоских волн в анизотропных средах. Численное моделирование упругих волн в анизотропных средах.

Среды с микронеоднородностями и пористые среды. Элементы теории рассеяния (однократное рассеяние, эффективные поперечники рассеяния, представление рассеянных полей в дальней зоне). Гомогенизация (эффективная модель среды). Пористые флюидонасыщенные среды.

1.1.1. Часть 2. Обработка сейсмических данных

Деконволюция сейсмических трасс. Сжимающие обратные фильтры. Среднеквадратические фильтры. Подавление реверберации.

Предсказывающая деконволюция. Корректирующая фильтрация. Спектрально-статистический метод обработки сейсмограмм.

Трансформации сейсмических волновых полей. Построение временных и глубинных сейсмических разрезов. Суммирование по ОГТ. Годографы ОГТ для простейших моделей сред. Временной разрез. Подавление кратных волн. Спектры скоростей. Миграция временных разрезов в глубинные (миграция после суммирования).

Обращение волновых сейсмических полей. Постановка обратных динамических задач. Операторы прямой и обратной задачи. Регулярность оператора обратной задачи. Оптимизационный подход к постановке обратных динамических задач сейсмики. Миграция до суммирования как результат применения сопряженного оператора. Обращение как последовательная реализация миграций до суммирования.

Обращение данных о временах пробега сейсмических волн. Постановка обратной кинематической задачи сейсмики. Определение строения вертикально-неоднородной среды по временам пробега рефрагированных волн. Волноводы. Неединственность решения обратной задачи для вертикально-неоднородных сред, содержащих волноводы. Элементы интегральной геометрии. Постановка обратной кинематической задачи в линейном приближении. Сейсмическая томография. Структура оператора сейсмической томографии. Единственность. Информативность.

Теория и методы расчета океанических течений
Автор: доц., д.ф.-м.н. Е.Н.Голубева

1.Вводная часть
Роль океана в климатической системе. Общие сведения об океанических бассейнах. Морская вода. Основные физические свойства. Температура. Соленость, плотность. Стратификация. Распределение гидрологических характеристик Мирового океана. Общие сведения о крупномасштабной циркуляции океана.
2.Построение математической модели океанических течений
Движение свободной частицы на вращающейся плоскости. Ускорение на вращающейся Земле. Сила Кориолиса. Центробежная и центростремительная силы. Внешние силы.
Уравнения движения. Закон сохранения массы. Закон сохранения энергии. Уравнение состояния. Оценка порядка величин и роли различных факторов в динамике океанических течений. Приближения гидростатики и Буссинеска. Условия на боковых границах и на дне океана. Граничные условия на поверхности океана.
3.Аналитические модели океанических циркуляций
Однородный геострофический поток. Уравнения мелкой воды. Вихревая динамика. Теория дрейфовых течений Экмана. Придонный слой Экмана. Метод полного потока Штокмана. Западная интенсификация течений. Функция тока. Теория Стомелла. Обобщение Манка.
Термохалинная циркуляция океана. Геострофические течения. Сезонные изменения термоклина. Циркуляция океана в меридиональной плоскости.
4.Численные модели океанической циркуляции
Основные требования, предъявляемые к численным моделям океанической циркуляции. Задачи диагноза, адаптации и прогноза. Численные сетки. Аппроксимация береговой линии. Способы аппроксимации рельефа дна океана: z-уровенный подход, сигма-координатный метод. Построение сеточных аналогов уравнений математической модели. Аппроксимация и устойчивость численных схем. Численные схемы для описания переноса – диффузии трассеров. Численные аналоги законов сохранения. Блок-схема численной модели океана.
Современные численные модели океанических течений. Основные результаты численного моделирования. Использование численных моделей в современных исследованиях.

Математическое моделирование природных процесов
Автор: проф., д.ф.-м.н. В.В.Пененко

1. Постановки основных задач

Теоретические основы моделей гидротермодинамики атмосферы и переноса загрязняющих примесей в газовом и аэрозольном состояниях. Соотношения между пространственно-временными масштабами динамических и химических процессов в атмосфере. Функции состояния и параметры. Естественные и антропогенные факторы и способы их описания в моделях. Взаимодействие атмосферы и примесей с поверхностью Земли. Понятие о категориях землепользования и способах их учета в моделях. Основные уравнения. Граничные и начальные условия. Интегральные соотношения и законы сохранения. Классификация моделей по масштабам и назначению.

2. Задачи переноса и трансформации примесей в атмосфере

Соотношения между характерными масштабами процессов переноса и трансформации примесей. Вариационная постановка задачи переноса и трансформации примесей. Вывод основного интегрального тождества и законов сохранения. Модели Гауссовского, Лагранжевого, Эйлерового типов и их комбинации. Задачи химической трансформации примесей и динамики аэрозолей.

3. Методы построения дискретных моделей

Вариационные принципы для построения численных моделей.
Аппроксимации интегрального тождества. Вывод основных и сопряженных уравнений. Метод расщепления по физическим и химическим процессам, по координатным направлениям. Понятие о методе декомпозиции по областям. Монотонные схемы. Понятие транспортивности.

4. Базовые алгоритмы реализации численных моделей

Численные схемы расщепления для последовательных и параллельных алгоритмов. Решение дискретных уравнений переноса примесей. Устойчивость вычислений. Решение уравнений трансформации примесей. Прямые и итерационные алгоритмы.

5. Постановки задач природоохранного прогнозирования и проектирования

Критерии качества и ограничения; предсказуемость и чувствительность моделей. Задачи оценок риска и уязвимости территорий. Теоретические и практические постановки задач. Проблемы задания начальных данных и параметров.

6. Методика совместного использования моделей и данных измерений для целей прогнозирования и мониторинга.

Вариационные принципы для объединения моделей и данных наблюдений. Прямые и сопряженные задачи. Методы исследования чувствительности моделей к вариациям входных параметров. Критерии качества и функции чувствительности. Усвоение данных наблюдений. Идентификация параметров моделей. Диагностика моделей. Восстановление структуры полей по данным наблюдений.

7. Постановка задач оптимизации для управления качеством атмосферы.

Вариационные формулировки моделей и критерии и ограничения экологической безопасности. Локальные и глобальные ограничения. Оценка допустимых нагрузок на природную среду и снижение рисков. Методы районирования территорий по уровням антропогенных воздействий. Наблюдаемость территорий. Планирование наблюдений.

Томография сложных сред: модели, методы, алгоритмы
Автор: доц., к.ф.-м.н. Е.Ю. Деревцов

1. Преобразование Радона. Элементарные сведения
1.1 Исторические замечания. Суть и характер томографичеких исследований. Области приложений.
1.2 Параллельная и веерная схема наблюдений.
1.3 Одномерная задача эмиссионной томографии и ее дифференциальное уравнение.
1.4 Задача ЭТ как обратная задача определения правой части уравнений по следу решения на границе.
1.5 Многообразие прямых на плоскости. Двумерное преобразование Радона и его свойства. Теорема Асгейрссона. Оператор обратного проецирования на плоскости.
1.6 Примеры вычисления преобразования Радона функций, заданных в единичном круге. Использование геометрических и дифференциальных свойств преобразования при вычислениях.
1.7 Многообразие плоскостей в пространстве. Преобразование Радона в пространстве. Задание удобных для вычислений систем координат. Примеры.
1.8 Задача Абеля. Интегральное уравнение Абеля и его обращение. Обращение преобразования Радона в двумерном случае. Использование геометрических свойств ПР для обращения. Разновидности формул обращения. Примеры.
1.9 Формулы обращения преобразования Радона в трехмерном пространстве. Теорема Асгейрссона в пространстве. Оператор обратного проецирования в пространстве. Примеры.
2. Преобразование Радона и другие интегральные преобразования как операторы в функциональных пространствах. Общие формулы обращения. Единственность и области значений
2.1 Нормированные и гильбертовы функциональные пространства. Пространства Lp и пространства Соболева Hs .
2.2 Пространства основных и обобщенных функций. Распределения с компактным носителем и пространства Шварца. Свертка и преобразование Фурье основных и обобщенных функций. Свойства преобразования Фурье.
2.3 Линейные операторы Радона, лучевого и конусного преобразований. Связь с преобразованием Фурье и сверткой. Проекционная теорема и теорема о центральном сечении.
2.4 Операторы обратного проецирования. Теоремы об образах преобразований Радона и лучевого под действием обратной проекции. Теорема о непрерывности основных томографических операторов из L2 в весовые L2-пространства.
2.5 Потенциал Рисса. Теоремы об обращении томографических операторов. Формулы обращения, использующие преобразование Фурье. Обращение на основе метода моментов.

2.6 Восстановление функции по неполной информации. “Теорема о дыре“ для преобразований Радона и лучевого. Теорема о единственности восстановления распределения с компактным носителем по его конусному преобразованию. Контрпримеры для конечного числа проекций.
2.7 Условие Кавальери. Условия совместности Хелгасона-Людвига. Области значений основных томографических операторов. Оценки в пространствах Соболева.
3. Некорректно поставленные задачи. Методы приближенного решения
3.1 Операторные уравнения первого рода. Некорректно поставленные задачи. Нормальное решение. Параметр регуляризации.
3.2 Метод сингулярного разложения. Усеченное сингулярное разложение. Сингулярное разложение преобразования Радона.
3.3 Метод Тихонова. Метод наименьших квадратов. Итерационные методы.
3.4 Классификация некорректно поставленных задач. Оценки погрешностей.
4. Основные алгоритмы компьютерной томографии
4.1 Алгоритм свертки и обратной проекции. Наиболее употребительные фильтры. Параллельная и веерная схемы на плоскости.
4.2 Представление 3D-преобразования Радона в виде композиции 2D – преобразований. Двухэтапный алгоритм. Фурье-алгоритмы.
4.3 Алгебраические методы. Метод последовательного проектирования. Метод Качмажа. Полная и частичная дискретизации. Прямые алгебраические алгоритмы.
4.4 Задачи с неполными данными. Особенности применения алгоритмов.
5. Томография симметричных тензорных полей в Rn
5.1 Предварительные сведения. Алгебра тензоров. Дифференциальные и интегральные операторы тензорного анализа. Разложения векторного поля на потенциальную и соленоидальную части. Связи с краевыми задачами. Разложение симметричного тензорного поля. Представления векторных и тензорных полей через потенциалы.
5.2 Лучевое преобразование. Основные свойства. Связь с преобразованием Фурье. Ядро лучевого преобразования.
5.3 Операторы угловых моментов.
5.4 Формулы обращения лучевого преобразования.
5.5 Формула Планшереля для лучевого преобразования.
5.6 Примеры.
6. Томография симметричных тензорных полей на римановом многообразии
6.1 Предварительные сведения. Криволинейные системы координат. Задание римановой метрики. Геодезические и их задание системой дифференциальных уравнений. Примеры.
6.2 Симметричные тензорные поля на римановом многообразии. Теорема о разложение симметричного тензорного поля.
6.3 Формулы типа Гаусса-Остроградского.
6.4 Лучевое преобразование на римановом многообразии. Ядро лучевого преобразования.
6.5 Проблема обращения лучевого преобразования.

6.6 Теорема об однозначном восстановлении соленоидальной части симметричного тензорного поля по его лучевому преобразованию.
6.7 Приближенное решение задачи восстановления тензорного поля, заданного на римановом многообразии, методом наименьших квадратов. Общая схема алгоритма. Сходимость.
6.8 Проблема построения полиномиальных и локальных базисов. Построение базисов потенциальных и соленоидальных симметричных тензорных полей на основе ортогональных и неортогональных полиномов. Базисы на основе B-сплайнов.
6.9 Численные эксперименты. Примеры. Проблема восстановления разрывных симметричных тензорных полей. Визуализация разрывов. Примеры.

Математическое моделирование и теория климата
Автор: доц., д.ф.-м.н. В.Н. Крупчатников

1. Вихревая динамика атмосферы и океана
1.1 Ведение
1.2 Уравнение вихря
1.3 Двумерные течения жидкости
1.4 Теорема Кельвина о циркуляции
1.5 Топологические свойства поля завихренности
1.6 Деформация вихревых трубок в потоке вязкой жидкости
1.7 Потенциальный вихрь
1.7.1 Баротропная жидкость
1.7.2 Бароклинная жидкость
1.7.3 Потенциальный вихрь в изэнтропической системе координат
1.8 Потенциальный вихрь в приближенных моделях динамики атмосферы и океана
1.8.1 Модель Буссинеска
1.9 Квазигеострофические модели динамики атмосферы и океана
2. Основы теории турбулентной несжимаемой жидкости
2.1 Теория Колмогорова
2.2 Двумерная турбулентность
2.3 Предсказуемость турбулентных потоков
3. Геострофическая турбулентность
3.1 Эффекты вращения в двумерной турбулентности
3.2 Стратифицированный поток
3.3 Бароклинная турбулентность
3.4 Масштабный анализ для геострофической турбулентности
4. Основы современной теории климата
4.1. История формирования современного климата
4.2. Структура и состав атмосферы
4.3. Радиационные процессы в атмосфере. Радиационный баланс атмосферы и подстилающей поверхности
4.4. Водный баланс
4.5. Углеродный баланс
4.6. Общая циркуляция атмосферы
4.7. Радиационно-конвективные модели климата
4.8. Модели климатической системы
5. Математическое моделирование климата
5.1. Введение
5.2. Уравнения динамики атмосферы и океана
5.3. Численные методы решения уравнений динамики атмосферы и океана
5.4. Методы параметризации подсеточных процессов
5.5. Моделирование глобальных изменений климата
5.6. Предсказуемость климата

Теория рассеивания
Автор: доц., д.ф.-м.н. В.А.Чеверда

Часть 1. Возбуждение и распространение упругих волн
Сейсмические волны в однородных средах. Плоские волны, сферические волны. Поверхностные волны. Отражение/преломление плоских волн на плоских границах. Волны от элементарных источников. Их представление в дальней зоне.
Геометрическая сейсмика. Уравнение луча. Лучи в средах с линейной скоростью. Лучевой ряд. Отражение и преломление на границах раздела. Каустики и фокальные точки.
Элементы теории дифракции. (6 часов) Эталонные задачи (дифракция на цилиндре, на шаре, на клине). Низкие частоты (дифракция на малых телах и малых отверстиях). Высокие частоты (большие тела, большие отверстия,)
Поглощение и затухание сейсмических волн. Вязкоупругие среды. Пористые среды. Случайные среды.
Среды с микронеоднородностями. Элементы теории рассеяния (однократное рассеяние, эффективные поперечники рассеяния, представление рассеянных полей в дальней зоне, многократное рассеяние, кода волны). Подходы к оценке поглощающих свойств среды. Различные подходы к осреднению сред, содержащих микронеоднородности.
Часть 2. Элементы теории обратных задач распространения сейсмических волн
Условно-корректные задачи. Линейные условно-корректные задачи. Понятие регуляризующего оператора. Подход А.Н.Тихонова. Принцип обобщенной невязки. Нелинейные условно-корректные задачи. Принцип итеративной регуляризации.
Обращение данных о временах пробега сейсмических волн. (6 часов) Постановка обратной кинематической задачи сейсмики. Определение строения вертикально-неоднородной среды по временам пробега рефрагированных волн. Волноводы. Неединственность решения обратной задачи для вертикально-неоднородных сред, содержащих волноводы. Элементы интегральной геометрии. Постановка обратной кинематической задачи в линейном приближении. Сейсмическая томография. Структура оператора сейсмической томографии. Единственность. Информативность.
Обращение волновых сейсмических полей. Постановка обратных динамических задач. Оптимизационный подход к постановке обратных динамических задач сейсмики. Миграция до суммирования как результат применения сопряженного оператора. Обращение как последовательная реализация миграций до суммирования.

Элементы методов Монте-Карло
Автор: проф., д.ф.-м.н. А.И. Хисамутдинов

1. Равномерно распределенные (р.р.) на (0,1) и на 0,1,…9 случайные величины: случайное число и случайная цифра .
2. Случайные числа и вычисление интегралов по параллелепипедальным ограниченным областям.
3. Общие принципы оценки математических ожиданий.
Закон больших чисел и усиленный закон больших чисел. Неравенство Чебышева и сходимость методов Монте-Карло. Центральная предельная теорема и построение доверительного интервала.
4. Таблица случайных цифр и чисел, псевдослучайные числа.
Рекуррентные формулы 1-го порядка и метод вычетов. Равномерно распределенные и вполне равномерно распределенные последовательности.
5. Случайные величины и вычисление интегралов.
Одномерный и многомерный случаи. Правило замены переменных.
6.Метод обратной функции для моделирования дискретных и непрерывных распределений.
Моделирование (розыгрыши): (1) р.р. номера, (2) показательного распределения, (3) точки, р.р. в многомерном интервале, в круге и шаре, изотропного направления на плоскости и в пространстве.
Общий способ моделирования многомерных распределений посредством «мультипликации». Моделирование «упругого» рассеяния двух частиц одинаковой массы. Моделирование рассеяния нейтрона на «неподвижном» протоне.
Моделирование «пары» нормально распределенных случайных величин.
7. Методы отбора и метод исключения.
Моделирование изотропного направления на плоскости, выбора «взаимодействующей» пары.
8. Метод и погрешность, алгоритм и трудоемкость. «Выборка по важности» для вычисления интегралов.
9.Схема Неймана-Улама для итерации линейных операторов.
Задача о переносе на отрезке и полупрямой.
Цепи Маркова с поглощением и вычисление линейных функционалов от пары сопряженных интегральных уравнений 2-го рода.
Конечность среднего числа соударений и дисперсии.
10. Методы Монте-Карло с эргодическими цепями Маркова.

Уравнения переноса и некоторые вопросы ядерной геофизики и астрофизики

Автор: проф, д.ф.-м.н. А.И. Хисамутдинов

1. Введение, теория переноса как раздел физической кинетики. Фазовое пространство. Источники, среда, детекторы. Физические представления об эволюции газа частиц в среде.
2. Два предельных случая:

а) импульсный точечный источник в вакууме (взрыв «нейтронной бомбы»);
б) диффузия «тепловых» нейтронов; импульсный нейтрон – нейтронный (n-n) каротаж.

3. Взаимодействия частиц нейтрального газа со средой. Сечения и частоты взаимодействий.
4. Случайный пробег частицы в среде.
5. Марковский процесс эволюции частиц газа в среде.
6. Уравнения переноса и управляющие уравнения марковского процесса. Стационарный случай.
7. Перенос в «абсолютно поглощающей» среде.
8. Интегральная форма уравнений переноса, представление решений в форме ряда Неймана.
9. Геофизическое исследование скважин. Представления о прямых и обратных задачах   - каротажа, n-n и   -   методов.
10. Нейтронно – активационный (n-a) и рентгено – флюоресцентный (r-f) анализы вещества. Некоторые прямые и обратные задачи n-a – каротажа и r-f - анализа.
11. Проблема об Интерфейсе Гелиосферы.
12. Некоторые прямые и обратные задачи импульсного n-   - каротажа (неупругого рассеяния).

Некоторые вопросы численных методов для кинетических уравнений
Автор - проф., д.ф.-м.н. А.И. Хисамутдинов

1. Марковские скачкообразные процессы с состояниями в и цепи Маркова с поглощением с состояниями в . Случайные процессы физики переноса частиц. Фазовое пространство.
2. Плотности в и в , управляющее уравнение и уравнения для плотностей. Уравнение переноса частиц.
3. Имитационные оценки для вычисления линейных функционалов от различных плотностей в цепи .
4. Имитационные оценки, связанные с пересечением поверхности.
5. Стационарные задачи. Сведение их к нестационарным с “импульсным “ источником . Сходимость ряда Неймана для стационарного уравнения переноса.
6. Понятие о неимитационных случайных цепях и неимитационных оценках. Схема Неймана-Улама, классы несмещенных оценок.
7. Марковские скачкообразные процессы с состояниями в и цепи Маркова с состояниями в . Случайные процессы эволюции N частиц разреженного газа с двумя типами скачков: рассеянием пар и скачками частиц на граничной поверхности. Управляющее уравнение и связь со сглаженным уравнением Больцмана.
8. Моделирование пары случайных величин: 1) случайный момент взаимодействия в системе частиц и 2)случайная скорость частицы среды или случайный номер взаимодействующей пары.
9. Системы с переменным числом частиц и тремя типами скачков, включая влеты-вылеты частиц на граничных поверхностях. Система управляющих уравнений, плотности в случайном процессе, связь со сглаженным уравнением Больцмана.
10. Имитационные оценки для вычисления основных физических величин: числовой плотности, средних скоростей, температур, потоков энергии, тензоров потока импульса.

Численные методы обработки данных метеорологических наблюдений
Автор: доц., д.ф.-м.н. Е.Г.Климова

1. Данные метеорологических наблюдений. Первичная обработка. Комплексный контроль метеорологической информации. Архивы данных. Данные ПГЭП. Данные реанализа. Задача численного (объективного) анализа метеорологических данных.
2. Численные методы восстановления метеорологических полей по данным наблюдений. Метод последовательных коррекций. Экспоненциальная интерполяция. Спектральная интерполяция. Оптимальная интерполяция.
3. Эквивалентность методов численного анализа.
4. Схема численного анализа данных на основе метода трехмерной многоэлементной оптимальной интерполяции.
5. Задача усвоения данных метеорологических наблюдений. Схема прогноз - анализ - инициализация. Связь задачи анализа и задачи инициализации.
6. Два подхода к задаче усвоения метеорологических данных: вариационный и динамико- стохастический. Постановка задачи оптимальной фильтрации. Фильтр Калмана. Фильтр Винера-Хопфа.
7. Фильтр Калмана для нелинейных прогностических моделей. Обобщенный фильтр Калмана. Субоптимальные фильтры. Адаптивный фильтр. Ансамблевый фильтр Калмана.
8. Вариационная постановка задачи усвоения.
9. Реализация фильтра Калмана в задаче усвоения метеорологических данных. Проблема сходимости, наблюдаемости, управляемости.
10. Обобщенный метод усвоения Лоренца.
11. Принцип двойственности и связь между различными подходами к задаче усвоения.
12. Современные системы усвоения данных метеорологических наблюдений.

Курсы кафедры математического моделирования

Интервальный анализ
Автор: проф. С.П. Шарый

- Введение

Предмет и метод интервального анализа. Мотивации и практические постановки, приводящие к интервальным методам. Понятие об интервальных величинах. Независимость и связанность интервальных величин.
Интервалы в сравнении с теоретико-вероятностным и нечётким способами описания неопределённости.

- Интервальные арифметики

Классическая интервальная арифметика, её алгебраические свойства. Основная теорема интервальной арифметики.
Мотивации пополнения классической интервальной арифметики. Полная интервальная арифметика Каухера и её алгебраические свойства. Минимаксный характер интервальной арифметики Каухера.

- Интервальные векторы и матрицы

Интервальные векторы и матрицы, введение операций между ними. Свойства интервальных векторно-матричных операций. «Эффект обёртывания» и его всеобщность. Задание топологии на интервальных пространствах. Нормы интервальных векторов. Теорема Шрёдера о неподвижной точке. Особенные и неособенные интервальные матрицы. Признаки Бека, Рона-Рекса, Румпа. Сильно неособенные интервальные матрицы.

- Интервальные методы вычисления областей значений функций

Понятие интервального расширения функции. Его связь с задачами оптимизации. Естественное интервальное расширение, его асимптотическая точность. Центрированные формы интервальных расширений и их точность. Теорема Кравчика-Ноймайера. Среднезначные формы. Интервальные методы глобальной оптимизации.

- Интервальные систем линейных алгебраических уравнений

Множества решений интервальных линейных систем и их строение. Необходимость оценивания и постановки задач. Внешнее оценивание, его связь с задачами чувствительности. Трудоёмкость решения различных постановок, её влияние на классификацию интервальных численных методов. Интервальный метод Гаусса. Интервальный метод Гаусса-Зейделя. Формальный подход. Предобуславливание. Стационарные итерационные методы. Метод Кравчика. Внутреннее оценивание множества решений, его приложение к задачам идентификации.

- Оптимальное внешнее оценивание множеств решений

Простейший пассивный переборный метод. Альтернатива Янссона. Теорема Бека-Никеля. Теорема Рона об экстремальных решениях. Методы дробления решений. Методы дробления параметров. Финально гарантирующие алгоритмы и последовательно гарантирующие алгоритмы.

- Обобщённые множества решений

Двойственный характер интервальной неопределённости, её различные типы. Кванторный формализм и понятие об обобщённых множествах решений интервальных задач. Теоретико-игровая интерпретация, приложения к задачам обеспечения надёжности и живучести систем. Множества AE-решений интервальных уравнений и неравенств. Формальный подход к внешнему и внутреннему оцениванию множеств AE-решений интервальных систем уравнений.

- Задача о допусках для интервальных систем уравнений

Линейная задача о допусках и её инженерные интерпретации. Экономические приложения на примере уравнения Леонтьева. Свойства допустимого множества решений. Теорема Рона о допустимом множестве решений. Грубое исследование разрешимости. Распознающий функционал и полное исследование разрешимости.

«Центровой» подход к построению бруса решений линейной задачи о допусках.

- Вычисление формальных решений интервальных систем уравнений

Стационарные одношаговые итерационные методы. Теорема Зюзина. Погружение в линейное пространство. Абсолютно неособенные матрицы. Субдифференциальный метод Ньютона. Существование формальных решений.

- Интервальные методы для нелинейных уравнений и систем уравнений

Постановки задач. Доказательное решение уравнений и систем уравнений.

Интервальный метод Ньютона, одномерный и многомерный варианты.

Методы Кравчика и Хансена-Сенгупты. Понятие о методах распространения ограничений. Глобальное решение систем нелинейных уравнений. Ограничение области рассмотрения аналитическими и полуаналитическими процедурами.

Численные методы решения задач аэрогидродинамики
Автор: доц. А.С. Лебедев

Содержание курса:
Физико—математические модели. Задачи, которыми занимается аэродинамика.
Особенности экспериментального, теоретического и численного подходов в решении этих задач. Математические постановки задач аэродинамики. Основные принципы постановки краевых условий для (систем) уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Интегральные и дифференциальные законы сохранения. Различные формы записи дифференциальных уравнений. Иерархия математических моделей. Области применимости моделей. Преобразование уравнений к безразмерному виду. Критерии подобия. Некоторые точные решения задачи Коши для скалярного закона сохранения и для системы (квази)одномерных уравнений газовой динамики.

Основные понятия разностных схем. Переход к дискретным моделям. Способы дискретизации. Конечно–разностный метод. Метод конечных объемов. Важнейшие характеристики разностных схем. Точность. Экономичность. Проблемы реализации. Область применимости.

Конечно–разностные схемы для уравнения переноса и гиперболической системы уравнений. Схемы для скалярного закона сохранения. Противопотоковая схема. Схема Лакса. Условная аппроксимация. Одно– и двухшаговая схемы Лакса — Вендроффа. Схема Маккормака. Неявные схемы в дивергентной форме. Внутренние итерации. Противопотоковые схемы для гиперболических систем уравнений. Физические и математические особенности течений с ударными волнами. Консервативность разностной схемы. Схема Годунова — Ван Лира. Схема Стегера — Уорминга. Схемы распадного типа. Схема Годунова. Схема Роя. Инварианты Римана. Инварианты простой волны. Схема Ошера. Порядок аппроксимации схемы и проблема нефизических осцилляций численного решения. Исследование коэффициента перехода разностной схемы. Амплитудная и фазовая ошибка. Дисперсное и диффузионное свойства разностной схемы. Дифференциальное представление разностной схемы. Искусственная вязкость. Метод коррекции антидиффузионных потоков. Слабые решения. Проблема выбора физического решения. Монотонные схемы. Схемы с невозрастающей полной вариацией. Схемы, сохраняющие монотонность. Порядок аппроксимации и главный член погрешности монотонной схемы для скалярного закона сохранения. Достаточное условие TVD. TVD — модификация схемы Лакса — Вендроффа для скалярного закона сохранения и для системы одномерных уравнений газовой динамики.

Схемы для скалярных одномерных и многомерных модельных уравнений параболического типа. Схема Ричардсона. Схема Дюфорта — Франкела. Схема с весами. Компактные схемы. Схемы в дробных шагах. Схема Саульева. Полная аппроксимация.

Схемы для многомерных уравнений газовой динамики и Навье — Стокса. Схема переменных направлений. Схема расщепления. Суммарная аппроксимация. Схема стабилизирующей поправки. Схема Дугласа. LU — факторизация. Схемы для решения стационарных задач. Метод установления. Расщепление по физическим процессам. Схема расщепления с минимальной диссипацией. Маршевые по пространственной координате алгоритмы решения стационарных задач газовой динамики. Необходимое условие корректности постановки маршевой по пространственной координате задачи. Маршевые алгоритмы решения параболизованных уравнений. Метод глобальных итераций.

Разностная сетка как неотъемлемый элемент численного алгоритма. Типы сеток. Сравнительные недостатки и преимущества структурированных и неструктурированных сеток. Алгебраический метод построения сетки по заданным граничным узлам. Адаптация к границе сложной формы. Алгебраический метод сгущения сетки. Неструктурированные (треугольные) сетки.

Прямые и обратные задачи механики композитов
Автор: доц. С.К. Голушко

Прямые и обратные задачи механики композитов

- Структурные модели композиционных материалов.
- Нитяная модель.
- Модель с одномерными волокнами
- Модель с двумерными волокнами.
- Модель В.В. Болотина.
- Структурные критерии прочности.
- Сравнительный анализ расчетных характеристик композиционных материалов с экспериментальными данными.
- Классические и уточненные уравнения композитных пластин и оболочек.
- Задачи статики упругих композитных пластин и оболочек.
- Неосесимметричные линейные задачи упругих композитных оболочек.
- Осесимметричные нелинейные задачи упругих композитных оболочек.
- Круглые и кольцевые композитные пластины.
- Методы решения краевых задач механики композитных пластин и оболочек
- Метод начальных параметров.
- Метод сплайн-коллокации.
- Метод дискретной ортогонализации.
- Основные задачи рационального проектирования армированных пластин и оболочек
- О постановках задач рационального проектирования армированных пластин и оболочек.
- О методах решения задач рационального проектирования.
- О разрешимости переопределенных систем нелинейных дифференциальных уравнений, возникающих при решении обратных задач композитных конструкций.
- О получении условий совместности при использовании различных критериев рациональности: равнонапряженности арматуры, равнопрочности, полужесткости, безмоментностию
- Аналитические решения задач рационального проектирования армированных пластин и оболочек.

Введение в математическое моделирование динамики гидромеханических систем
Автор: проф. В.Л. Сенницкий

Введение.
Математическое моделирование; гидромеханические системы; жидкость и включение; периодические воздействия; необычное поведение механических систем.

Механика жидкости.
Описание движения жидкой среды; гипотеза сплошности; переменные Эйлера; переменные Лагранжа.
Закон сохранения массы; уравнение неразрывности.
Закон сохранения импульса; идеальная жидкость; уравнения Эйлера.
Постановка задачи обтекания; идеальная несжимаемая жидкость; условия на твердой и свободной границах; начальные условия.
Потенциальное течение идеальной несжимаемой жидкости; теорема Томсона; теорема Лагранжа; интеграл Коши-Лагранжа.

Математическое моделирование динамики системы «жидкость – газовый пузырь» при периодических воздействиях.
Постановка задачи–модели о движении пульсирующего твердого включения нулевой массы в колеблющейся жидкости.
Решение задачи.
Исследование решения; парадоксальное поведение включения.
Интерпретация условий задачи.
Эффект преимущественно однонаправленного движения сжимаемых включений в колеблющейся жидкости.
Объяснение поведения газового пузыря.
Экспериментальное обнаружение эффекта преимущественно однонаправленного движения сжимаемых включений в колеблющейся жидкости.
Задача о движении газового пузыря в жидкости при периодических воздействиях как задача о течении жидкости со свободной границей.

Однородные и неоднородные колебания жидкости.
Определения и примеры; качественные различия в поведении включений в однородно и неоднородно колеблющейся жидкости.

Математическое моделирование динамики системы «жидкость – твердое тело» при периодических воздействиях (однородные колебания жидкости).
Постановка задачи-модели.
Приближенное решение задачи; метод отражений; метод возмущений.
Исследование решения; эффект «левитации», парадоксальное поведение включения.

Объяснение поведения включения.
Обобщенная задача; присоединенная масса тела; уравнения Томсона-Тэта; метод усреднения; позиционная сила, действующая на включение при колебаниях жидкости.

Математическое моделирование динамики системы «жидкость – твердое тело» при периодических воздействиях (неоднородные колебания жидкости).
Постановка задачи-модели.
Приближенное решение задачи; метод оценок.
Исследование решения; эффект «источника гравитации».
Объяснение поведения включения.

Управление гидромеханическими системами.
Использование результатов математического моделирования; примеры и перспективы.

Введение в гидродинамику волн
Автор: проф. Л.Б. Чубаров

ЛИНЕЙНОЕ ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ. Основные понятия и определения. Стоячие волны, биения. Дисперсионное соотношение. Мода, диссипация, дисперсия, фазовая и групповая скорости. Простейшая классификация волновых математических моделей.
ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ. Метод перевала, седловые точки, Асимптотическое поведение решения общего линейного уравнения. Распространение энергии в диспергирующей среде. Закон сохранения для волнового числа.
СТАЦИОНАРНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ЭВОЛЮЦИИ ВОЛН. Эффекты нелинейности. Диссипирующие волны. Диспергирующие волны.
УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ – СОЛИТОНЫ. Некоторые уравнения, порождающие солитоны: обобщенное уравнение КдФ, уравнение Буссинеска, уравнение sin-Гордона, нелинейное уравнение цепочки.
ЭТАЛОННАЯ ФОРМА ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ. Уравнения, описывающие течения газа в трубах, и волны на мелкой воды. Систематический вывод иерархии уравнений теории мелкой воды.
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛИТОНОВ. Свойства уравнения Шредингера. Интегралы уравнения и связь между уравнениями КдФ и Шредингера. Параметры рассеяния. Независимость от времени спектра уравнения Шредингера.
МЕТОД ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ. Уравнение Гельфанда-Левитана. Солитонные решения уравнения КдФ: односолитонное решение, двухсолитонное решение, N-солитонное решение. Взаимодействие солитонов, асимптотический анализ.
ОБЩЕЕ УРАВНЕНИЕ ЭВОЛЮЦИИ. Основные определения и теоремы (1-6). Применение общей теории к уравнению КДФ. Собственные скорости общего решения уравнения КдФ.
ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН. Процедура усреднения. Примеры: линейная волна, нелинейное волновое уравнение, уравнение КдФ

Численные модели свободных турбулентных течений
Автор: проф. Г.Г. Черных

Основные уравнения гидродинамики несжимаемых жидкостей. Осреднение полей. Приведены в удобной для дальнейшего изложения уравнения гидродинамики, сформулированы свойства осреднения.
Иерархия полуэмпирических моделей турбулентности. Осреднение уравнений Обербека-Буссинеска. Уравнения переноса одноточечных корреляционных моментов второго порядка. Модели турбулентной вязкости и диффузии. Модель с одним уравнением баланса энергии турбулентности. Двухпараметрические модели турбулентности. Модели с дифференциальными уравнениями переноса компонент тензора Рейнольдсовых напряжений, вектора потоков и дисперсии флуктуаций температуры. Локально равновесные и неравновесные алгебраические модели.
Основы вычислительной гидродинамики. Основные конечноразностные подходы к решению краевых задач для уравнений пограничного слоя и Навье-Стокса. Методы расщепления по пространственным координатам и физическим процессам.
Модели турбулентной вязкости и диффузии Двухпараметрическая модель турбулентности Модели с дифференциальными уравнениями переноса компонент тензора рейнольдсовых напряжений вектора потоков и дисперсии флуктуаций температуры. Локально-равновесное приближение. Неравновесное приближение для вторых моментов. Решение краевых задач для многомерного уравнения теплопроводности с помощью метода дробных шагов. Итерационные схемы расщепления решения краевых задач для уравнения Пуассона. Конечноразностные методы решения уравнений пограничного слоя. Основные подходы к решению двухмерных задач гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости.
Плоские и осесиметричные свободные струйные течения в однородной жидкости. Основные уравнения. Иерархия математических моделей. Конечно-разностные алгоритмы. Численные модели плоских и осесимметричных свободных турбулентных течений.
Турбулентные следы в стратифицированной жидкости. Параболизованные уравнения Навье-Стокса а приближении Обербека-Буссинеска. Метод расщепления по физическим процессам. Иерархия полуэмпирических моделей турбулентности. Анизотропное вырождение турбулентности в дальнем безымпульсном турбулентном следе в линейно стратифицированной среде. Упрощенные модели.

Метод дифференциального приближения
Автор: д.ф.-м.н., проф. Хакимзянов Гаяз Салимович

Дисциплина (курс) «Метод дифференциального приближения» имеет своей целью подготовку высокопрофессиональных специалистов в области вычислительной математики, обладающих глубокими знаниями о популярных численных методах, владеющих современным методом исследования конечно-разностных схем – методом дифференциального приближения и имеющих развитые навыки использования этого метода в научно-исследовательской работе.

Содержание курса:

1. Некоторые сведения из теории линейных дифференциальных уравнений и теории разностных схем.
2. Дифференциальное представление разностной схемы.
3. Дифференциальное приближение разностной схемы.
4. Анализ устойчивости разностной схемы на основе ее дифференциального представления.
5. Устойчивость некоторых разностных схем с постоянными коэффициентами.
6. Определение свойства разностных схем. Исследование -свойства простых разностных схем.
7. -свойство трёхточечных разностных схем. -свойство схемы предиктор-корректор и некоторых неявных схем.
8. Уравнения мелкой воды. О схемах, сохраняющих гидравлический скачок.
9. Диссипация и дисперсия разностных схем.
10. Геометрическая иллюстрация диссипации и дисперсии разностных схем.
11. Анализ монотонности разностных схем.
12. Монотонизация схемы предиктор-корректор для одномерного линейного уравнения переноса.
13. О разностных схемах в произвольной системе координат.
14. Исследование свойств схемы предиктор-корректор на подвижной сетке для линейного уравнения переноса.
15. Монотонизация схемы предиктор-корректор для нелинейного уравнения переноса.
16. Алгебраическая эквивалентность разностных схем.
17. Консервативные разностные схемы на подвижной сетке.
18. Полностью консервативные разностные схемы.
19. Некоторые сведения из теории групповых свойств дифференциальных уравнений.
20. Условия инвариантности разностных схем для одномерных уравнений газовой динамики.

Математическое моделирование динамики сжимаемой жидкости и газа
Автор: д.ф.-м.н. Лазарева Г.Г.

Дисциплина (курс) «Математическое моделирование динамики сжимаемой жидкости и газа» имеет своей целью подготовку высокопрофессиональных специалистов в области математического моделирования, владеющих методологией математического моделирования задач современной науки, знакомых с современными подходами к высокопроизводительным вычислениям и их приложениям, имеющих развитые базовые навыки использования этих знаний в дальнейшей исследовательской и практической работе.

Содержание курса:

1. Математические модели астрофизики. Уравнения гравитационной газодинамики. Учет самосогласованного гравитационного поля. Кинетические модели звездно-пылевого компонента. Современные численные методы для решения задач гравитационной газодинамики. Эффект курбункула. Общие подходы. Сравнительный анализ.
2. Лагранжевы методы. Метод сглаженных частиц. Идеология метода сглаженных частиц. Алгоритм решения задачи. Аппроксимация метода сглаженных частиц. Оценка погрешности аппроксимации. Законы сохранения. Искусственная вязкость. Адаптивный шаг сглаживания.
3. Учет влияния гравитации на движение частиц. Иерархический метод расчета сил всемирного тяготения. Сглаживание сил гравитации на малых расстояниях. Погрешность и экономичность иерархического метода. Распараллеливание метода сглаженных частиц. Распараллеливание иерархического метода поиска соседних частиц.
4. Эйлеровы методы. Адаптивные сетки. Переопределение в ячейках. Блочно-структурное переопределение.
5. Метод Годунова для уравнений акустики с одной пространственной переменной. Законы сохранения. Формулы общего решения. Задача о распаде разрыва. Разностные формулы для метода Годунова. Построение решения с помощью распадов разрывов. Усреднение и законы сохранения. Построение разностной схемы с помощью соотношений на характеристиках.
6. Метод Годунова для уравнений газодинамики с одной пространственной переменной. Задача о распаде разрыва. Возможные конфигурации.
7. Конечно-разностная схема. Метод Годунова для уравнений газодинамики с двумя пространственными переменными. Модификация для подвижной разностной сетки. Параллельный алгоритм для решения задач гравитационной газодинамики методом Годунова.
8. Эйлерово-лагранжевы методы. Метод крупных частиц Белоцерковского-Давыдова для уравнений газодинамики с одной

пространственной переменной. Устойчивость метода. Метод крупных частиц для уравнений гравитационной газодинамики с тремя пространственными переменными. Распараллеливание метода крупных частиц. Выбор метода декомпозиции.

9. Современные численные методы для решения задач гравитационной газодинамики.
10. Общее введение в метод частиц. Модель столкновений. Метод частиц в ячейках для описания звездно-пылевого компонента. Описание взаимодействия газовой и пылевой фаз.
11. Распараллеливание метода частиц в ячейках. Связь уровня численных шумов с числом модельных частиц. Внутренний параллелизм метода. Различные варианты: P2, PM, Treecode. Передача данных между параллельно работающими процессорами.
12. Численное моделирование динамики ударных волн в пассивных пузырьковых системах. ИКВ-модель и методы решения. Выбор геометрии пузырькового кластера. Законы сохранения энергии. Метод определения погрешности максимальной амплитуды давления в области фокусировки.
13. Параллельная версия алгоритма. Распараллеливание алгоритма задачи. Выбор метода декомпозиции. Ускорение и эффективность параллельного алгоритма. Влияние размеров пузырькового кластера на ускорение и эффективность параллельного алгоритма. Формирование и усиление ударных волн в ходе взаимодействия плоской ударной волны с пузырьковым кластером.
14. Современные математические модели мантийных течений и численные методы реализации. Подходы к построению параллельных алгоритмов для вычислений над распределенной памятью.
15. Численное моделирование динамики нестационарных мантийных течений в приближении слабосжимаемой жидкости. Динамика всплывания легкого вещества в результате андерплейтинга базитовой высокотемпературной магмы под основанием коры.
16. Метод частиц в ячейках для описания звездно-пылевого компонента. Современные математические модели мантийных течений и численные методы реализации.
17. Дополнительные физические факторы (многофазность, самогравитация, процессы охлаждения, теплоперенос, плавление, наличие сильно изменяющихся реологических и транспортных свойств и т. д.) в приложениях задач гидродинамики. Введение в уравнения газовой динамки новых членов и включения в систему дополнительных уравнений.

Технологии разработки информационных систем научной направленности

Автор: доц. В.Б. Барахнин

Введение.

Цели и задачи создания информационных систем научной направленности. Виды информационных систем: каталоги интернет-ресурсов, электронные коллекции и атласы, базы данных удаленного доступа.

1. Архитектура «клиент-сервер».

1.1. Основные компоненты информационных систем.

1.2. Хранилища данных.

1.3. Обработчики данных.

1.4. Средства доступа и презентации

2. Доступ к информационной системе через Интернет.

2.1. Протокол TCP/IP.

2.2. IP-адрес документа.

2.3. Протоколы HTTP и FTP.

2.4. URL-адрес документа.

3. Интерфейс CGI.

4.1 Передача данных на сервер.

4.2. Заголовки и метод GET.

4.3. Метод Post.

4. HTML – язык описания web-страниц.

4.1. Структура команд языка HTML.

4.2. Форматирование документа: базовая разметка, таблицы, списки.

4.3. Гиперссылки.

4.4. Описание документа.

4.5. Использование различных шрифтов и специальных символов.

4.6. Изображения и мультимедиа в HTML документах.

4.7. Краткие сведения об языке обработки сценариев Java Script.

4.8. Передача данных на сервер с помощью форм.

5. Язык PHP4 как инструмент разработки сценариев.

5.1. Основные характеристики языка.

5.2. Переменные, константы, выражения.

5.3. Работа с данными формы.

5.4. Конструкции языка.

5.5. Функции и области видимости.

5.6. Особенности работы с массивами, ассоциативные массивы.

5.7. Работа с текстовыми переменными, регулярные выражения в формате RegEx.

5.8. Математические функции.

5.9. Работа с файлами и каталогами.

5.10. Работа с датами и временем.

6. Базы данных.

6.1. Понятие базы данных и СУБД.

6.2. Инфологическая модель данных.
6.3. Реляционная структура данных.
6.4. Проектирование реляционных баз данных, нормализация данных.
6.5. Метаданные.
7. Структурированный язык запросов к базам данных MySQL.
7.1. Структура операторов и базовые элементы языка.
7.2. Выборка данных.
7.3. Внесение изменений в базу данных.
7.4. Способы создания баз данных.
7.5. Работа с MySQL через PHP.
8. Заключение.
8.1. Обзор примеров реализации изученных технологий на сайте СО РАН

Курсы кафедры математической экономики

Математическая экономика
Автор: профессор, д.ф.-м.н. В.А.Васильев

<u>Содержание курса:</u>
I. Коллективный выбор. Парадокс Эрроу.
1.1. Модели распределения.
1.2. Сравнение допустимых распределений.
1.3. Постановка задачи коллективного выбора.
1.4. Парадокс Эрроу.
II.Основные принципы оптимальности равновесного анализа.
2.1. Парето-оптимальность.
2.2. Равновесные и неблокируемые распределения.
2.3. Нечеткое блокирование. Стоимостная характеризация нечеткого ядра.
2.4. Гипотеза Эджворта и теорема Дебре-Скарфа.
III. Кооперативные игры. Алгоритм Скарфа.
3.1. Кооперативная игра рынка.
3.2. Общее понятие кооперативной игры. Критерий непустоты ядра рынка.
3.3. Игры с побочными платежами. Теорема Бондаревой.
3.4. Теорема Скарфа. Ядра конечно-порожденных игр и лемма Скарфа.
3.5. Непустота ядер конечно-порожденных игр.
3.6. Леммы о перестройке допустимого базисного множества и ординального базисного множества. Алгоритм Скарфа.
3.7. Сходимость алгоритма Скарфа.
IV. Существование экономического равновесия.
4.1. Условия непустоты ядра модели обмена.
4.2. Непустота и стягиваемость приведенных ядер реплик.
4.3. Производственный сектор. Модель Эрроу-Дебре.

ЛИТЕРАТУРА.
1. Васильев В.А. Математические модели общего экономического равновесия: Учебное пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2009.
2. Алипрантис К., Браун Д., Бёркеншо О. Существование и оптимальность конкурентного равновесия. М.: Мир, 1995.
3. Ашманов С.А. Введение в математическую экономику. М.: "Наука", 1984.
4. Бондарева О.Н. Теория ядра для игры n лиц. Вестник ЛГУ, сер. мат., мех., астрон., вып. 13, № 3. С. 141—142
5. Гильденбранд В. Ядро и равновесие в большой экономике. М.: Мир, 1986.
6. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: Аксиомы и модели. М.: Мир, 1991.
7. Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. М.: Мир, 1972.
8. Розенмюллер И. Кооперативные игры и рынки. М.: Мир, 1974.

9. Экланд И. Элементы математической экономики. М.: Мир, 1983.
10. Arrow K.J. and Hahn F.H. General Competitive Analysis. Amsterdam: North-Holland, 1991.
11. Aubin J.-P. Mathematical Methods in Game and Economic Theory. Amsterdam: North-Holland, 1979.
12. Debreu G. Theory of Value. New Haven CT: Yale Univ. Press, 1959.
13. Edgeworth F.Y. Mathematical Psychics. London: Keagan Paul, 1881.
14. Hildenbrand W. and Kirman A.D. Equilibrium Analysis. Amsterdam: North-Holland, 1991.

Элементы финансовой математики
Автор: снс, к.т.н. С.М.Анцыз

Содержание курса:

I. Финансовый рынок и его товары (6 часов).

1. Товары, субъекты и структура финансового рынка. Наличные деньги, банковские кредиты и ценные бумаги. Эмитенты, инвесторы и посреднические структуры (банки, биржы и т.д.). Их взаимодействие.
2. Становление современной теории финансов.
3. Аналитические модели динамики стоимостей акций и облигаций. Модели Башелье, Самуэльсона, геометрическое случайное блуждание, CRR-модель. Модель Блэка и Шоулса.
4. Линейно-программные модели получения прибыли за счет инвестиций. Свойства оптимальных решений финансовых моделей производства.
5. Оптимальные стратегии прироста капитала и минимизации риска на финансовом рынке.

II. Характеристика финансовых операций (10 часов).

1. Приведение к базовому периоду. Дисконтирование. Эффективная ставка.
2. Поток платежей, его оценка. Двусторонний поток платежей. Чистая приведенная величина.
3. Вычисление эффективной ставки методом последовательных приближений.
4. Организация рынка ценных бумаг в США.
5. Организация рынка ценных бумаг в России.

III. Портфель ценных бумаг (12 часов).

1. Цены, прибыли и дивиденды. Эффективность акций. Парадокс Миллера - Модильяни. Линейно-программная интерпретация парадокса.
2. Портфель ценных бумаг и его характеристики. Цена портфеля как случайная величина. Устойчивые законы и теоретическое понятие риска.
3. Влияние корреляции. Оценивание ковариационной формы.
4. Минимизация риска. Оценка Чебышева.
5. Количественная оптимизация портфеля. Модель Марковица. Модель Тобина.
6. Локальные оценки эффективности. Прямой статистический подход. Метод ведущих факторов.

IV. Теория расчета опционов (14 часов).

1. (B,S) - рынок. Самофинансируемые стратегии. Задачи инвестирования и хеджирования. Опционы.
2. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов Европейского типа. Теорема Кокса-Росса-Рубинштейна.
3. Теория расчета стоимости, хеджирующих стратегий и момента исполнения для опционов Американского типа.

4. Новый подход к расчету стоимости опционов Европейского типа при дискретном времени.
5. Арбитражные стратегии. Полнота рынка.
V. Статистика и теория финансового рынка (6 часов).
1. Модель ценообразования на рынке капиталовложений (CAPM). Равновесие на конкурентном финансовом рынке.
2. Арбитражная теория ценообразования (APT).
3. Расчет равновесных цен на рынке без помех.
4. Сравнение моделей (CAPM), (APT) и классической модели управления портфелем.
VI. Введение в актуарную математику (6 часов).
1. Статическая модель страхования. Сравнение рисковых ситуаций.
2. Принципы выбора страховых взносов. Модель Барруа.
3. Страхование с точки зрения клиента. Модель Эрроу.
2. Связь актуарной и финансовой математик.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гамровски Б., Рачев С. Финансовые модели, использующие устойчивые законы. - Обозрение прикладной и промышленной математики, 1995, т. 2, в. 4, с. 556-604.
2. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М: Физматлит, 1962.
3. Первозванский А.А., Первозванская Т.Н. Финансовый рынок: расчет и риск. М: Инфра-М, 1994.
4. Ротарь В.И, Бенинг В.Е. Введение в математическую теорию страхования. // Обозрение прикладной и промышленной математики, 1994, т. 1, в. 5, с. 698-777.
5. Четыркин Е.М. Финансовая математика: Учебник. -- 5-е изд., испр. - М: Дело, 2005.
6. Шведов А.С. Теория эффективных портфелей ценных бумаг. - М: ГУ ВШЭ, 1999.
7. Ширяев А.Н. О некоторых понятиях и стохастических моделях финансовой математики. // Теория вероятностей и ее применение, 1994, т. 39, в. 1, с. 5-22.
8. Ширяев А.Н. и др. К теории расчетов опционов европейского и американского типов.I-II. // Теория вероятностей и ее применение, 1994, т. 39, в. 1, с. 23-129.
9. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. - Том 1, Факты. Модели - М: ФАЗИС, 1998.
10. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. - Том 2, Теория - М: ФАЗИС, 1998.
11. Анцыз С.М. Лекции (отсканированный конспект, папка 70 mb на сайте НГУ) - Новосибирск: НГУ, 2008.

Методы математического программирования

Автор: профессор, д.ф.-м.н. В.И.Шмырев

Содержание курса:

1. Общая схема двойственности в линейном программировании. Канонические формы задач и признаки оптимальности.
2. Крайние точки выпуклых множеств. Признак крайней точки множества решений системы линейных уравнений и неравенств. Базисные множества и общая схема последовательного улучшения. Её конкретизация для различных типов задач.
3. Специальные классы задач линейного программирования. Задачи с ограничениями сверху на переменные.
4. Двухкомпонентные задачи линейного программирования. Специфика структуры базисной матрицы. Геометрическая интерпретация задачи. Характеристика базисных графов. Интерпретация на графе основных процедур метода последовательного улучшения.
5. Транспортные задачи в сетевой и матричной постановке. Метод потенциалов.
6. Задача о максимальном потоке. Метод деревьев. Метод Форда - Фулкерсона.
7. Метод одновременного решения прямой и двойственной задач. Венгерский метод решения транспортных задач.
8. Блочные задачи линейного программирования. Параметрическое представление множества неотрицательных решений системы уравнений. Его использование в алгоритмах декомпозиции (алгоритм Данцига -Вулфа).
9. Задача дробно-линейного программирования. Квазивыпуклые функции. Алгоритм уточнения оценки для оптимального значения целевой функции. Алгоритм Чарнса - Куппера.
10. Задачи квадратичного программирования. Общая схема метода субоптимизации. Метод сопряженных направлений. Аналог симплекс-метода для квадратичного программирования.
11. Задача линейной комплементарности. Биматричные игры. Алгоритм Лемке - Хаусона. Алгоритм Лемке для общего случая. Задачи с положительными главными минорами матрицы ограничений. Алгоритм Данцига - Котла.
12. Задача отыскания неподвижных точек. Связь с задачей комплементарности. Сведение задачи экономического равновесия к задаче о неподвижной точке. Теорема Брауэра. Триангуляции. Помечивание вершин и лемма Шпернера.
13. Алгоритмы симплициальных разбиений для отыскания неподвижных точек. Алгоритм Куна с искусственным стартом. Сэндвич - метод. Алгоритм с векторным помечиванием для многозначных отображений. Связь с алгоритмами линейной комплементарности.
14. Задача отыскание равновесия в линейной модели обмена. Сведение к задаче полиэдральной комплементарности. Модель с фиксированными

бюджетами. Аналог метода последовательного улучшения для отыскания равновесия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж.Данциг. Линейное программирование, его применения и обобщения. М., "Прогресс", 1966.
2. С.А. Ашманов. Линейное программирование. М., "Наука", 1981.
3. Е.Г.Гольдштейн, Д.Ю.Юдин. Задачи линейного программирования транспортного типа. М., "Наука", 1969.
4. М.Базара, К.Шетти. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М., "Мир", 1982.
5. М.Дж.Тодд. Вычисление неподвижных точек и приложения к экономике. М., "Наука", 1983.
6.В.И.Шмырев. Введение в математическое программирование. М., Институт компьютерных исследований, 2002.
7. В.И.Шмырев.Об одном алгоритме отыскания равновесияв линейной модели обмена с фиксированными бюджетами. Сиб. журнал индустр. математики, 2008, Том XI, №2(34),с.139-154.

Теория игр с примерами из математической экономики
Автор: доцент, д.ф.-м.н. В.М.Маракулин

Первый семестр. КОНЕЧНЫЕ БЕСКОАЛИЦИОННЫЕ ИГРЫ В НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ
Лекция 1. Игры в нормальной форме. Понятия доминируемой, недоминируемой и доминирующей стратегии. Доминируемость исходов игры по Парето. Граница Парето. Примеры игр: игра на разоружение, аукцион неделимого продукта, аукцион Викри. [1]
Лекция 2. Существование недоминируемых стратегий. Пример игры с доминирующей стратегией: финансирование общественных благ по Гроувсу--Кларку. Осторожные стратегии, условия их существования и связь с недоминируемыми стратегиями. [1]
Лекция 3. Несущественные игры. Антагонистические игры двух лиц. Седловые пары. Цена игры. Пример игры, не имеющей цены, и игры с ценой (дуэль). [1]
Лекция 4. Сложное поведение. Пример на основе парадокса Кондорсе. Игры в развернутой форме (позиционные игры). Теорема Куна. [1]
Лекция 5. Доказательство теоремы Куна, Алгоритм Куна. Лемма Гетлейна--Роше и условие однозначности. Разрешимость по доминированию конечных антагонистических игр. Игры «Ним», «пираты». [1]
Лекция 6. Поведение лидера и ведомого. Равновесие по Штаккельбергу.
Лекция 7. Равновесие Нэша. Определение и обсуждение. Теорема Нэша. Пример дуополии: дифференциальные условия Парето--оптимальности и их сравнение с условиями Нэшевского. [1]
равновесия.
Лекция 8. Неэффективность финансирования общественных благ по добровольной подписке, условие Самуэльсона. Устойчивость равновесий по Курно. Примеры. [1]
Лекция 9. Дифференциальный критерий локальной устойчивости Нэшевских равновесий. Пример игры двух лиц. [1]
Лекция 10. Смешанное расширение игры. Пример игры (китайский покер), где равновесие в смешанных стратегиях не существует. Теорема Гликсберга.
Лекция 11. Вычисление равновесий в смешанных стратегиях. [1]
Лекция 12. Сильное равновесие. Равновесие в совместных смешанных стратегиях. [1]
Лекция 13. Задача общественного выбора. Кондорсе против Борда. [2]
Лекция 14. Элементы теории демократии. Правила, состоятельные по Кондорсе (Симпсон, Копленд и др.). Однопиковые предпочтения. [2]
Второй семестр. КОПЕРАТИВНАЯ ТЕОРИЯ ИГР И ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЭКОНОМИКИ
Лекция 1. Кооперативные игры. Угрозы и сценарии предупреждений. Пример игры на разоружение и торговца автомобилем. Дележи. [1]
Лекция 2. Альфа--ядро, бета и гамма ядра. Классификация игр двух лиц. [1]

Лекция 3. Игры в форме характеристической функции. Игры с побочными дележами. Сбалансированные игры. Теорема Бондаревой. Пример «джаз—оркестр». Геометрическая интерпретация С-ядра. [1], [2], [4]
Лекция 4. Теорема Скарфа о непустоте С-ядра сбалансированных игр в виде характеристической функции. [4]
Лекция 5. Решения Дж. фон Ноймана--Моргенштерна на примере игры трёх лиц. Сравнение с С-ядром. [3]
Лекция 6. Значение (вектор) Шепли. Определение и примеры. Аксиоматический и конструктивный подход. [2]
Лекция 7. Модель конкурентной экономики. Модель Эрроу--Дебре. Понятие равновесия по Вальрасу. [5], [6]
Лекция 8. Граница Парето, ядро и равновесие на ящике Эджворта. Двойственная характеристика Парето — оптимальных распределений (вторая теорема благосостояния). [5], [6]
Лекция 9. Существование вальрасовских равновесий. Сведение модели экономики к игре. [5]
Лекция 10. Существование вальрасовских равновесий (продолжение). [5]
Лекция 11. Связь между С-ядром и равновесием в условиях совершенной конкуренции. [5], [7]
Лекция 12. Экономики с общественными благами. Индивидуальные цены. Равновесие по Линдалю. [5], [8]
Лекция 13. Существование линдалевских равновесий. Ядро по Фолею. [5], [8]

ЛИТЕРАТУРА

[1] Мулен Э. Теория игр (с примерами из математической экономике): Пер. с англ. Москва: Мир, 1985. - 200 с.
[2] Мулен Э. Кооперативное принятие решений: Аксиомы и модели: Пер. с англ. Москва: Мир, 1991. - 464 с.
[3] Оуэн Г. Теория игр: Пер. с англ. - Москва: Мир, 1971. - 230 с.
[4] Данилов В.И. Лекции по теории игр. /КЛ/2002/004.~--- М.: Российская экономическая школа, 2002. - 140 с.
[5] Маракулин В.М. Равновесный анализ математических моделей экономики с нестандартными ценами. - 2001, Учебное пособие к курсу «Теория Игр» (часть III)/ Новосиб. ун-т. Новосибирск, 125 с.
[6] Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика: Пер. с англ. - Москва: Мир, 1972. - 517 с.
[7] Гильденбранд В.Ядро и равновесие в большой экономике: Пер. с англ. - Москва: Наука, 1986. - 198 с.
[8] Ruys, P.H.M., Public goods and decentralization, Tilburg University Press, The Netherland, 1974, 235 p.

Методы дискретной оптимизации
Автор: доцент, д.ф.-м.н. В.И.Хохлюк

Содержание курса:

6.5. Прямой алгоритм решения целочисленной линейной задачи оптимизации.
6.6. Обоснование алгоритмов.
7. Приведение целочисленной матрицы к специальному виду
7.1. Оценка числа итераций алгоритма Евклида.
7.2. Элементарные преобразования целочисленной матрицы.
7.3. Алгоритмы приведения целочисленной матрицы к трапецеидальному виду.
7.4. Алгоритмы приведения целочисленной матрицы к нормальному виду.
7.5. Алгоритм нахождения общего целочисленного решения системы линейных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Хохлюк В.И. Методы дискретной оптимизации: Учебное пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2013.
2. Хохлюк В.И. Параллельные алгоритмы целочисленной оптимизации. - М.: Радио и связь, 1987.
3. Канторович Л.В. Математические методы организации и планирования производства. Л.: Изд-во ЛГУ, 1939.
3. Карманов В.Г. Математическое программирование: Учебное пособие. 5-е изд., стереотип. М.: Физматлит, 2004.
4. Романовский И.В. Дискретный анализ: Учебное пособие. СПб.: Невский Диалект; БХВ-Петербург, 2008.
5. Схрейвер А. Теория линейного и целочисленного программирования: в 2 т.: Пер. с англ. М.: Мир, 1991. Т. 1. 360с. Т. 2. 342 с.
6. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях: Пер. с англ. М.: Мир, 1974.

Модели оптимального управления в экономике
Автор: доцент, к.ф.-м.н. И.А.Быкадоров

Содержание курса:
1. Примеры моделей (4 часа)
1.1. Простейшая задача денежного баланса.
1.2. Модель Ramsey.
1.3. Модели маркетинга.
1.4. Модель оптимального экономического роста.
2. Задача оптимального управления (6 часов)
2.1. Принцип максимума Понтрягина.
2.2. Задачи с ограничениями.
2.3. Линейный случай.
3. Финансовые модели (8 часов)
3.1. Применение принципа максимума.
3.2. Синтез оптимального управления.
3.3. Случай неограниченного времени окончания процесса.
4. Модель оптимизации производства и хранения продукции (8 часов)
4.1. Непрерывная модель производство–хранение.
4.2. Полное решение для специального случая.
5. Модели оптимального экономического роста (8 часов)
5.1. Оптимальная модель накопления.
5.2. Односекторная модель с возрастающими трудовыми ресурсами.
6. Модели оптимизации рекламной деятельности (10 часов)
6.1. Модель Nerlove-Arrow. Нелинейные обобщения.
6.2. Модель Vidale-Wolfe.
6.3.Модель фирма-покупатель.
7. Модели маркетинга (12 часов)
7.1. Модель фирма-продавец-покупатель.
7.2 Модель для сегментированного рынка.
7.3. Декомпозиция.
7.4. Задача оптимизации параметров.
8. Мотивация продавца (12 часов)
8.1. Стимулирование продавца.
8.2. Роль продавца в ценообразовании.
8.3. Сегментация рынка.

ЛИТЕРАТУРА
1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов, Наука, М., 1969.
2. Kamien M.I., Schwartz N.L. Dinamic optimization: the calculus of variations and optimal control in economics and management, 2nd edition: Elselvier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1991.
3. Seierstad A., Sydsaeter K. Optimal control theory with economic applications, Elselvier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1987.

4. Sethi S.P., Thompson L.G. Optimal control theory: Applications to Management Science and Economics, 2nd edition: Kluwer Academic Publishers, Boston / Dordrecht / London, 2000.
5. Feichtinger G., Hartle R.F., Sethi S.P. Dynamic optimal control models in advertising: recent developments, Management sci., 40 (1994), 195-226.
6. Bykadorov I.A., Ellero A., Moretti E. "Minimization of communication expenditure for seasonal products". - RAIRO Operations Research, 2002, vol. 36, no. 2, p. 109–127.
7. Bykadorov I., Ellero A., Moretti E., Vianello S. "The role of retailer's performance in optimal wholesale price discount policies." - European Journal of Operational Research, 2009, vol. 194, no. 2, p. 538–550.

Теория конкурентного равновесия
Автор: доцент, к.ф.-м.н. А.В.Сидоров

Содержание курса:

1. Конкурентная экономика как система взаимосвязанных конкурентных рынков — общая схема. Понятие общего конкурентного равновесия.
2. Моделирование производственного сектора:
a) Конкурентная фирма, технологические множества, задача производителя.
b) Свойства технологических множеств: замкнутость, выпуклость, отсутствие «рога изобилия», убывание отдачи от увеличения масштаба.
c) Свойства множества решений задачи производителя: непустота, выпуклость, компактность.
d) Полунепрерывность сверху отображения производственного предложения.
e) Свойства функции потребительского дохода: непрерывность, положительность однородность.
3. Моделирование потребительского сектора:
a) Бюджетное множество, задача производителя.
b) Отношения предпочтения и функции полезности. Представимость предпочтений.
c) Непрерывные отношения предпочтений, теорема Дебре о представимости.
d) Другие условия на отношения предпочтения (выпуклость, монотонность), связь со свойствами представляющих функций.
e) Свойства множества решений задачи потребителя.
f) Полунепрерывность сверху отображения потребительского спроса.
4. Модель Эрроу-Дебре конкурентной экономики с производством:
a) Свойства отображения избыточного спроса, тождество Вальраса.
b) Лемма о равномерной ограниченности спроса и предложения в полусбалансированных состояниях.
c) Лемма о желательности.
d) Теорема существования конкурентного равновесия.
5. Условия глобальной устойчивости конкурентного равновесия:
a) Свойства спроса Маршалла и Хикса.
b) Эффект дохода и эффект замещения, уравнение Слуцкого.
c) Свойство валовой заменимости функции маршалловского спроса.
d) Глобальная устойчивость конкурентного равновесия при валовой заменимости.
e) Пример Скарфа неустойчивого конкурентного равновесия.

Математические методы анализа данных банковских процессов

Автор: к.ф.-м.н. А.Е.Трубачева

Курсы кафедры теоретической кибернетики

Дискретный анализ и комбинаторика
Автор: к.ф.-м.н., проф. Александр Андреевич Евдокимов

<u>Содержание курса:</u>

1. Комбинаторика перечисления, метод кодирования для подсчёта числа объектов.

Системы счисления и кодирование натуральных чисел. Задачи о нумерациях подмножеств конечного множества. Коды Грея. Нумерации объектов в порядке минимального изменения. <m,n>-нумерации множества слов. Алгоритмы построения нумерующих отображений. Отображения конечных множеств, их кодирование и подсчет числа. Кодирование деревьев. Число деревьев. Примеры подсчёта с помощью рекуррентных уравнений и производящих функций.

2. Комбинаторика слов и символьных последовательностей.

Некоторые классические символьные последовательности и способы их задания.

Универсальные слова. Задачи восстановления слов по их фрагментам. Комбинаторная сложность слов. Псевдослучайные последовательности. Графы перекрытия подслов символьных последовательностей. Последовательности де Брейна и их число. Задачи быстрой сборки слов. Аддитивная сложность символьных последовательностей и ее связь с задачами быстрого умножения и вычисления полиномов. Алгоритмы сборки. Оценки аддитивной сложности индивидуальных последовательностей. Суффиксные деревья. Префиксные коды. Запрещённые подслова и проблема полноты множества слов.

3. Кодирование структурированной информации. Вложения дискретных пространств и графов.

Понятия близости, расстояния, метрики. Структуры метрических пространств на множествах подмножеств, словах, символьных последовательностях. Реализация метрик графами. Структура гиперкуба. Гиперкубовая и систолическая архитектура вычислительных систем. Кодирование дискретных объектов и вложения в гиперкубы. Изоморфные и изометрические вложения. Вложения с растяжением ребер. Алгоритмы построения вложений. Локально изометрическое кодирование табло. Вложения деревьев и систолических архитектур.

4. Булевы, к-значные и словарные функции.

Булевы функции, их число, способы задания. Представление формулами. Нормальные формы. Единственность совершенной и сокращённой форм. Представления многочленами Жегалкина. Полнота систем булевых функций.

Теорема Поста. K-значные логические функции. Словарные функции. Схемы из функциональных элементов. Конечные автоматы.

5. Ориентированные графы и дискретные модели генных сетей.

Ориентированные графы и сети. Генные сети. Простейшие дискретные модели. Анализ и графы функционирования. Достижимость вершин. Алгоритмы нахождения внутренне и внешне устойчивых множеств. Базы и ядра. Алгоритм построения разрезов циклов. Логические производящие функции. Булевы методы в задачах теории графов. Диаметр, радиус и центр в ориентированных графах и алгоритмы их нахождения. Анализ и сложность функционирования регуляторного контура генной сети.

Коды и схемы
Автор: к.ф.-м.н. Могильных И. Ю.

Содержание курса:

1. Коды, исправляющие ошибки в канале связи. Параметры кода. Пространство Хэмминга.
2. Классические границы объемов кодов: Хэмминга, Синглтона и Плоткина.
3. Линейные коды, порождающая и проверочные матрицы этих кодов. Группы симметрий и автоморфизмов линейных кодов и кодов дуальных к ним.
4. Совершенные коды. Двоичные коды Хэмминга. q-значные совершенные коды. Конструкция q-значных кодов Хэмминга. Основные структурные свойства совершенных кодов. Дистанционная инвариантность совершенного кода. Антиподальность совершенного кода и единственность по среднему слою. Верхняя оценка числа
5. совершенных кодов (Теорема Августиновича). Теоремы Шапиро-Злотника. Теорема Дельсарта-Пулатова. Теорема Ллойда. Теорема существования совершенных кодов (теорема Зиновьева-Леонтьева-Титвайнена). Группа симметрий кода Хэмминга. Теоремы Соловьевой-Топаловой и Фелпса.
6. Основные конструкции совершенных и расширенных совершенных кодов.
7. Понятие свитчинга. Свитчинговые конструкции: Васильева, альфа-компонент.
8. Нижняя оценка числа совершенных кодов Васильева. Каскадирование. Основные каскадные конструкции: Соловьевой, Зиновьева, Фелпса.
9. Блок-схема. Проблема существования блок-схем. Необходимые целочисленные условия существования блок-схем. Неравенство Фишера.
10. Симметричные схемы. Пересечение блоков симметричной схемы. Теорема Брука-Райзера-Човла. Конечная проективная плоскость. Конечные проективные плоскости и симметричные блок-схемы. Схема, дуальная к симметричной. Необходимые условия существования симметричных схем при нечетных n.
11. Системы троек и четверок Штейнера. Допустимые параметры троек и четверок Штейнера. Связь систем троек Штейнера и совершенных кодов, систем четверок Штейнера и расширенных совершенных кодов. Конструкция прямого произведения системы троек Штейнера. Конструкция Ассмуса-Маттсона. Связь конструкции систем троек Штейнера Ассмуса-Маттсона с конструкцией Васильева. Конструкции четверок Штейнера Ханани и Алиева. Нижние оценки числа STS и SQS.

Дискретные экстремальные задачи
Автор: к.ф.-м.н., доц. Кононов. А.В.

Содержание курса:

1. Введение. Понятие алгоритма, размер входа, перечисление (перебор) , время работы алгоритмов, алгоритм сортировки слиянием (2 часа)
2. Графы. Основные определения. Деревья, обходы и разрезы. Связностью Эйлеровы и двудольные графы (2 часа)
3. Алгоритмы сканирования и обхода. (2 часа)
4. Остовные деревья. Задача о минимальном остовном дереве. Задача о минимальном взвешенном ориентированном остовном дереве. Упаковка остовных деревьев. (2 часа)
5. Кратчайшие пути. Кратчайшие пути из одной вершины. Кратчайшие пути между всеми парами вершин. Задача о минимальном усредненном цикле. (2 часа)
6. Потоки в сетях Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе Теоремы Менгера. Теорема о декомпозиции потока. (2 часа)
7. Потоковые алгоритмы. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Алгоритм Эдмонса-Карпа. Блокирующие потоки. Алгоритм проталкивания предпотока. Алгоритм Голдберга-Тарьяна. (4 часа)
8. Паросочетания в двудольных графах. Теорема Кенига. Теорема Холла. Теорема о бракосочетаниях. (2 часа)
9. Задача о максимальном паросочетании. Матрица Татта. Теорема Татта. Формула Бержа-Татта. Вероятностный алгорим Ловаша. Фактор-критические графы. М-чередующиеся декомпозиции. Алгоритм Эдмондса. (6 часов)
10. Матроиды. Независимые системы и матроиды Жадный алгоритм для задачи максимизации независимой системы. Теорема Эдмонса-Радо. (2 часа)
11. NP-полнота. Машина Тьюринга. Задачи распознавания. Классы P и NP. Теорема Кука. Полиномиальная сводимость. Основные NP-полные задачи (6 часов)
12. Приближенные алгоритмы. Основные понятия и обзор комбинаторных методов на примере задачи о покрытии. (2 часа)
13. Комбинаторные алгоритмы для задач с метрикой. Задача о k-центрах, задача Коммивояжера, задача Штейнера. (2 часа)
14. Задача о кратчайшей суперстроке. (2 часа)
15. Приближенные схемы. Основные идеи построения приближенных схем на примере задчи из теории расписаний. (2 часа)
16. Асимптотическая приближенная схема для задачи об упаковке. (2 часа)
17. Приближенная схема для цеховой задачи открытого типа. (2 часа)
18. Приближенные алгоритмы на основе ЛП. Задача о покрытии, простейшая задача размещения, задача минимизации длины расписания на параллельных машинах различной производительности, обобщенная задача о назначениях. (6 часов)
19. Рандомизированные алгоритмы и дерандомизация. Задача о максимальной выполнимости. Задача о максимальном разрезе. (2 часа)

20. Использование метода эллипсоидов и построение отделяющего оракула при решении задач ЛП с неполиномиальным количеством ограничений. Задача минимизации взвешенной суммы моментов окончания выполнения работ на одной машине. (4 часа)
21. Полуопределенное программирование. Задача о максимальном разрезе, задача взаимозависимой кластеризации. (2 часа)
22. Метод локального поиска. Простейшая задача размещения. (2 часа)
23. Округление данных в динамическом программировании. Приближенная схема Бэйкера для задачи о независимом множестве на планарных графах. (2 часа)
24. Неаппроксимируемость. Техника разрыва. Сведения предохраняющие аппроксимацию. PCP-теорема.(6 часов)

Алгебраическая комбинаторика
Автор: к.ф.-м.н., доц. Васильева А.Ю.

Технический прогресс второй половины XX века поставил перед математиками совершенно новые задачи, задачи эффективной обработки больших объемов дискретной информации. Оказалось, что изучение даже конечных дискретных объектов весьма актуально с одной стороны и весьма непросто – с другой. Использование алгебраического аппарата позволило получить прорывные (теперь уже ставшие классическими) результаты, а в настоящее время в дальнейшее развитие это направления вовлечен широкий круг специалистов во всем мире.
Основной целью дисциплины является изложение основных вопросов теории схем отношений, лежащих на стыке алгебры и комбинаторики. Задачи дисциплины – ввести студентов в теорию схем отношений, показать взаимосвязи с теорией графов и теорией кодирования.

Курс состоит их двух основных частей. В первой части курса студенты знакомятся с такими основными понятиями как схема отношений и дистанционно регулярный граф, изучаются их свойства и взаимосвязи. Также в этой части курса кратко излагаются необходимые дополнительные факты из алгебры. Указываются связи и аналогии с теорией характеров и теорией представления групп.

Вторая часть нацелена на применения теории схем отношений в теории графов, теории кодирования и теории дизайнов. Описывается связь с основной задачей теории графов – задачей изоморфизма графов. Дается граница линейного программирования для кодов.

Содержание курса:

1. Определение и примеры схем отношений
2. Дистанционно регулярные графы, их свойства, примеры
3. Алгебра Боуза-Меснера схемы отношений
4. Идемпотенты. Идемпотенты для схем отношений.
5. Собственные значения, числа пересечений, параметры Крейна.
6. Сильно регулярные графы
7. Совершенные раскраски
8. Подсхемы и разбиения матриц
9. Примитивность схем отношений. Полностью регулярные подмножества.
10. Двоичные и q-ичные схемы отношений Хэмминга. Схемы отношений Джонсона.
11. Внутреннее произведение и ортогональное проектирование.
12. Линейное программирование. Клики и коклики.
13. Характеры. Графы Кэли.
14. Дискретное преобразование Фурье и преобразование Адамара
15. Теоремы Мак-Вильямс

16.Алгебры Тервилигера

Криптография и криптоанализ. Современные методы
Автор: к.ф.-м.н. Токарева Н.Н.

Целью освоения дисциплины «Криптография и криптоанализ. Современные методы» является обучение теоретическим и практическим знаниям, необходимым для решения широкого спектра задач в области теоретической и прикладной криптографии и криптоанализа, с использованием вероятностных и алгебраических моделей криптосистем, включающее знания основных криптографических алгоритмов, способов построения криптографически стойких компонентов шифров, а также математических методов, применяемых в криптоанализе блочных и поточных шифров.

<u>Содержание курса:</u>

1. История криптографии в России. Введение
2. Теория секретности Шеннона
3. Булевы функции. Комбинаторный и алгебраический подходы.
4. Блочные и поточные шифры. Линейные рекуррентные последовательности.
5. Криптоанализ. Статистические и алгебраические методы.
6. Криптографические свойства булевых функций.
7. Хэш-функции.
8. Методы асимметричной криптографии.
9. Методы криптоанализа асимметричных систем.
10. Высокопроизводительные вычисления в криптографии.
11. Криптография в беспроводных сетях.
12. Практическая криптография.

Принятие решений.
Автор: д.ф.-м.н., проф. Гимади Э.Х.

Основной целью освоения дисциплины «Принятие решений» является получение базовых знаниий, необходимых выпускникам, для самостоятельной работы в сферах будущей научно-исследовательской, технической и производственной деятельности, связанных с вогпросами принятия целесообразных решений в области распределения ресурсов, календарного планирования, маршрутизации, управления запасами, замены оборудования, стандартизации, размещения производственных мощностей, назначения и т. п.

Задачами курса являются получение студентами:
1) знаний об основных принципах, типовых моделях и задачах принятия решений;
2) навыков по анализу типовых оптимизационных моделей принятия решений, выявлению сложностного статуса возникающих экстремальных задач и построению соответствующих математических методов их решения.

В связи с труднорешаемостью многих задач принятия решений, большое внимание в курсе уделено применению эффективных (полиномиально ограниченных) приближен-ных алгоритмов с оценками их качества, и, в частности, асимптотически точному под-ходу к их решению. Несомненно, что сочетание прикладной направленности изучаемого спецкурса с глубоким изучением теоретических аспектов, возникающих при построении реализуемых алгоритмов решения задач принятия решений, окажется неоценимым для предприятий, фирм, учреждений, в которых будут работать выпускники, проходящие данную специализацию, после окончания ими Новосибирского университета.

<u>Содержание курса:</u>
1. Ведение в дисциплину и основные понятия. Типовые модели принятия решений. Понятие о сложности задач. Классы NP, P, NPC. Алгорит- мы и оценки их качества. Приближенные алгоритмы для труднорешаемых задач.
2. Динамическое программирование (ДП). Вывод основных рекуррентных соотношений ДП. Принцип оптимальности Беллмана. Алгоритм ДП с одним прямым и одним обратным ходом. Релаксационный алгоритм. Сравнение с полным перебором.
3. Задача о ранце. Связь прямой и обратной задач о ранце. Задача альтернативного выбора. Многомерная задача о ранце
4. Задачи о «ближайшем соседе». Свойство Глебова.
5. Задача Вентцель о распределении ресурсов между отраслями
6. Линейные оптимизационные модели. Задача об оптимальном рационе. Стандартная задача линейного программирования (ЗЛП).

Двойственность в ЛП: прямая и двойственная задачи ЛП, теоремы двойственности, экономическая интерпретация

7. Задачи транспортного типа. Задача об оптимальном назначении. Многоиндексные задачи о назначениях.
8. Блочные задачи. Двухэтапная задача линейного стохастического программирования
9. Элементы теории матричных игр. Основные понятия теории игр. Матричная игра. Принцип минимакса. Седловая точка. Смешанные стратегии. Основная теорема матричных игр.
10. Методы решения матричных игр. Доминирование. Игра 2x2, игры 2xn и mx2. Игры mxn. Итеративный метод Брауна-Робинсон и сведение к задаче ЛП.
11. Модели управления запасами. Виды спроса: детерминированный стационарный, нестационарный, вероятностный. Управление многономенклатурными запасами.
12. Модели замены оборудования. Аналитические модели при неслучайном спросе. Приведение затрат к текущему моменту..
13. Теорема об оптимальном периоде замены. Применение ДП к задаче замены оборудования
14. Моделирование операций по схеме марковских случайных процессов. Уравнения Колмогорова. Метод динамики средних.
15. Сетевое планирование и управление. Представление проекта в виде сетевой модели (СМ). Параметры и алгоритмы анализа СМ. Метод критического пути.
16. Алгоритм обнаружения контуров и вычисления рангов вершин СМ. Стохастическая СМ.
17. Задача календарного планирования с ограничениями на ресурсы и директивные сроки. Полиномиальный точный алгоритм в случае складируемости ограниченных ресурсов
18. Задачи упаковки в контейнеры и в полосу. Асимптотически точный подход к ее решению.
19. Задачи маршрутизации. Задача коммивояжера (ЗК). Метод ветвей и границ и его применение к ЗК
20. Приближенные алгоритмы решения ЗК на минимум с оценками точности 3/2 (метрическая ЗК) и 3/4 (симметрическая ЗК). Асимптотически точный алгоритм для евклидовой задачи на максимум.
21. Условия асимптотической точности алгоритма «Иди в ближайший непройденный город» для ЗК на случайных входах.
22. Задачи выбора экстремальных подграфов и подмножеств векторов.
23. Задачи о потоке максимальной мощности и о потоке минимальной стоимости.
24. Задачи размещения и стандартизации. Полиномиально разрешимые случаи. Применение метода ветвей и границ. Приближенные полиномиальные алгоритмы. Асимптотически точный подход.

25. Задачи теории расписаний. Задачи с одним рабочим местом. Задача Джонсона с двумя станками. Задача Акерса-Фридмена
26. Достаточные условия сводимости задачи Джонсона с тремя станками к случаю двух станков. Применение метода компактного суммирования векторов к задаче Джонсона.

Совершенные структуры

Автор: к.ф.-м.н. Августинович С.В.

Содержание курса:

1. Алгоритмы анализа совершенных раскрасок
2. Совершенные раскраски. Алгоритм Визинга.
3. Центрированные функции. Теорема Шапиро и Злотника.
4. Кронекерово произведение матриц.
5. Матрицы Адамара. Проблема существования матриц Адамара заданного порядка.
6. Методы построения матриц Адамара. Построение матриц Адамара методом Вильямсона.
7. Квазигруппы..Каскадная конструкция построения Кодов.
8. Двудольные графы. (0,1)-матрицы. Теорема Кенига. Совершенные паросочетания. Перманенты.
9. Ассоциативные схемы
10. Эквидистантные коды. Блок-схемы.
11. Теорема Брука--Райзера--Човлы.. Латинские квадраты. Ортогональные латинские квадраты.
12. Проективная геометрия. Системы троек Штейнера.
13. Конструкции и оценки
14. Совершенные упаковки и разбиения. Апериодические замощения.
15. Квазикристаллы. Фрактальная сложность.
16. Наследственные свойства граов.Планарные графы.
17. Хроматическое число графа.Род графа. Род группы.
18. Дважды стохастические матрицы. Теорема Биркгофа.
19. Собственные пространства оператора Лапласа на графе.
20. Частичное восстановление совершенных структур.

Экстремальные задачи анализа данных и распознавания образов
Автор: д.ф.-м.н. Кельманов А.В.

Компьютерная революция породила потоки (массивы) данных гигантского размера, подлежащих обработке с целью решения множества разнообразных актуальных проблем, которые связаны, в частности, с анализом, обобщением и интерпретацией этих данных (Data Mining problem), построеним моделей порождения данных, обнаружением информационно значимых фрагментов в данных, принятии решения о сходстве и различии анализируемых данных, построением «умных» («обучаемых») алгоритмов, обеспечивающих решение перечисленных проблем (Machine Learning problem) и др. Конструктивная модель какой-либо содержательной проблемы анализа данных и распознавания образов всегда формулируется в форме задачи оптимизации подходящего критерия или функционала (максимума правдоподобия, минимума суммы квадратов уклонений, максимума апостериорной вероятности и т.п.), адекватно отражаю-щего эту проблему. Совокупность этих критериев в комбинации с многообразием объективно существующих структур (моделей) анализируемых данных порождает необозримый спектр экстремальных задач, к которым сводится поиск оптимального решения. При этом сходные в содержательном плане проблемы индуцируют отличающиеся экстремальные задачи. Зачастую простейшие и давно известные проблемы анализа данных приводят к решению экстремальных задач, для которых эффективные алгоритмы с гарантиями по точности решения неизвестны.

Как показывает практика, большинство этих задач NP-трудны. Поэтому в предположении справедливости гипотезы о несовпадении классов P и NP отыскание точного алгоритмического решения этих задач (имеющих, к тому же, гигантские размеры входа) за приемлемое (полиномиальное) время не реализуемо и бесперспективно. В этих условиях основная надежда возлагается на полиномиальные приближенные алгоритмы с теоретическими гарантиями по точности решения. Умение строить такие алгоритмы имеет ключевое значение для успеха в решении практических задач.

Основное внимание дисциплины сосредоточено на экстремальных задачах, которые моделируют типовые проблемы анализа данных и распознавания образов, анализе вычислительной сложности этих задач и построении эффективных (полиномиальных) алгоритмов с гарантированными (априорно доказуемыми) оценками точности для их решения.

Цель курса – получение базовых знаний, необходимых выпускникам, для самостоятельной работы в тех сферах будущей научно-исследовательской, технической и производственной деятельности, которые связаны решением проблем анализа данных и распознавания образов. Задачами курса являются получение студентами:

1) знаний об основных принципах, моделях и задачах анализа данных и распознавания образов, а также подходах, методах, аппарате, технике и алгоритмах их решения;

2) навыков по построению оптимизационных моделей содержательных проблем анализа данных и распознавания образов, выявлению дискретных экстремальных задач, которые индуцируются этими проблемами и моделями, анализу вычислительной сложности индуцированных оптимизационных задач, обоснованию полиномиальных алгоритмов с гарантированными оценками точности для решения этих задач.

Содержание курса:

1. Введение в дисциплину и основные понятия. Анализ данных и распознавание образов: методологические аспекты. Объект, предмет и цели научной дисциплины. Базовые понятия. Основная содержательная проблема и ее типовые варианты. Примеры содержательных задач. Основные этапы и техника решения задач анализа данных и распознавания образов. Проблемы Data Mining и Machine Learning.
2. Модели и задачи кластерного анализа и поиска подмножеств и подпоследовательностей «похожих» элементов.
3. Квадратичные евклидовы задачи поиска в конечном множестве подмножества заданной мощности. Приближенные полиномиальные алгоритмы для общего случая задач и точные псевдополиномиальные алгоритмы для специального случая.
4. Задача MSSC и квадратичная евклидова задача поиска семейства непересекающихся подмножеств. Приближённый алгоритм.
5. Задачи поиска в векторной последовательности совокупности «похожих» элементов при ограничениях на номера искомых элементов. Приближенные полиномиальные алгоритмы для общего случая задач и точные псевдополиномиальные алгоритмы для специального случая
6. Полностью полиномиальная приближенная схема (FPTAS) для квадратичной евклидовой задачи поиска подмножества векторов заданной мощности для случая фиксированной размерности пространства
7. Квадратичные евклидовы задачи разбиения множества на 2 кластера в случае, когда мощности кластеров заданы, а центр одного из кластеров фиксирован
8. Квадратичные евклидовы задачи разбиения последовательности на 2 кластера в случае, когда мощности кластеров заданы, а центр одного из кластеров фиксирован
9. Квадратичные евклидовы задачи разбиения множества на 2 кластера в случае, когда мощности кластеров неизвестны, а центр одного из кластеров задан
10. Квадратичные евклидовы задачи разбиения элементов последовательности на 2 кластера в случае, когда мощности кластеров неизвестны, а центр одного из кластеров задан
11. Рандомизировнный алгоритм для квадратичной евклидовой задачи разбиения множества на 2 кластера в случае, когда центр одного из кластеров задан

12. Точный псевдополиномиальный алгоритм для квадратичной евклидовой задачи разбиения множества на 2 кластера при заданном центре одного из кластеров задан для подслучая задачи, когда размерность пространства фиксирована, а координаты векторов целочисленны
13. Приближенная полиномиальная схема (PTAS) для квадратичной евклидовой задачи поиска в конечном множестве подмножества заданной мощности
14. NP-трудность евклидовых задач о разрезе максимального веса и связанных с ними задач кластерного анализа
15. Модели и задачи обнаружения и распознавания
16. Проблема анализа и распознавания структурированных данных и объектов.
17. Проблема помехоустойчивого обнаружения повторяющегося вектора (фрагмента) в последовательности.
18. Задачи распознавания последовательности, включающей квазипериодически повторяющийся вектор-фрагмент из алфавита.
19. Задачи совместного обнаружения и идентификации векторов в числовой последовательности.
20. Задачи обнаружения в числовой последовательности повторяющегося вектора при наличии посторонних векторов-вставок.
21. Задачи обнаружения и идентификации повторяющегося набора векторов.
22. Задачи разбиения последовательности векторов на участки, включающие серии идентичных векторов.
23. Задачи распознавания алфавита векторов, порождающего последовательности.
24. Модели и задачи поиска (селекции) подмножеств значимых признаков.
25. Основные подходы к решению проблемы. Постановки типовых задач (факультативно)

Теория оптимальных процессов
Авторы: д.ф.-м.н., доц. Ломов А.А., к.ф.-м.н., доц. Коробов А.А.

Курс ставит своей целью усвоение студентами основных понятий и методов теории оптимальных процессов, в том числе: типы задач оптимального управления, принцип максимума Понтрягина, связь с классическим вариационным исчислением, линейные оптимальные быстродействия, управляемость, наблюдаемость, идентифицируемость и др.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
- знать основные понятия и круг задач теории оптимального управления;
- уметь применять принцип максимума Понтрягина для решения задач оптимального управления системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями;
- знать связь принципа максимума с необходимыми условиями оптимальности из классического вариационного исчисления, такими как уравнение Эйлера–Лагранжа, условия Лежандра, Вейерштрасса и др.
- иметь представление об оптимальных алгоритмах решения обратных задач теории оптимальных процессов – идентификации и оценки состояния динамических систем.

Содержание курса:

1. Принцип максимума в теории оптимальных процессов: Вариационная задача управления. Допустимые управления. Принцип максимума. Задача быстродействия. Задача синтеза оптимального управления.
2. Задача с подвижными концами. Условия трансверсальности. Принцип максимума для неавтономных систем. Задача оптимального быстродействия для неавтономных систем. Задачи с закрепленным временем для автономных и неавтономных систем. Задача терминального управления.
3. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Обобщенное уравнение Эйлера—Лагранжа. Интегральная форма уравнений Эйлера—Лагранжа. Разрывы и условия скачка. Условия Вейерштрасса—Эрдмана для точек излома. Условия Лежандра—Клебша. Условие Вейерштрасса. Условия трансверсальности. Ограничения в форме равенств и множители Лагранжа. Задачи с ограничениями в форме неравенств.
4. Линейные оптимальные быстродействия:
5. Теоремы о числе переключений. Теоремы единственности. Теоремы существования оптимального управления. Особые оптимальные управления. Доказательство принципа максимума.
6. Обратные задачи теории оптимальных процессов: восстановление траекторий, идентификация параметров уравнений. Линейные и нелинейные методы наименьших квадратов: целевые функции, единственность, устойчивость, состоятельность, вычислительные

алгоритмы. Суммарные динамические системы, восстановление сигналов и уравнений трендов.

Теория расписаний
Авторы: к.ф.-м.н. Тахонов И.И., к.ф.-м.н., доц. Черных И.Д.

Цель дисциплины – познакомить студентов с основными моделями теории расписаний, научить методам исследования задач, построению эффективных алгоритмов точного и приближенного решения, доказательству NP-трудности задач (в обычном и сильном смысле), построения аппроксимационных схем.

Содержание курса:

1. Задачи теории расписаний. Разнообразие моделей и постановок задач теории расписаний. Примеры постановок.
2. Общая постановка задачи теории расписаний.
3. Обшепринятая нотация и классификация задач теории расписаний. Ее недостатки.
4. Задача календарного планирования. Алгоритмы ее решения.
5. Одностадийные задачи теории расписаний. Задачи с одной машиной. Задачи с единичными длительностями операций и отношениями предшествования.
6. Одномашинные задачи с разрешением прерываний. Полиномиально разрешимые задачи, составление алгоритмов точного решения. NP-трудные задачи, методы доказательства NP-трудности
7. Задачи с параллельными машинами. Примеры полиномиальных алгоритмов решения задач. Примеры NP-трудных задач.
8. Модель Flow Shop. Задача Джонсона. Перестановочные расписания. Задача Flow Shop с прерываниями. Соотношения между оптимумами задач.
9. Алгоритм склеивания работ и применение метода ветвей и границ для нахождения интервалов локализации оптимумов.
10. Алгоритмы точного решения задачи Джонсона с двумя машинами
11. NP-трудность задачи Flow Shop с тремя машинами, без прерываний и с разрешением прерываний. NP-трудность трехмашинной задачи с двумя операциями каждой работы
12. Полиномиально разрешимые подклассы задачи Джонсона с тремя машинами. Достаточные условия сводимости Глебова. Разрешимый случай Серваха.
13. Задача Job Shop. Полиномиально разрешимые подслучаи. NP-трудность задачи с тремя операциями работы. Геометрическая интерпретация задачи с двумя работами.
14. Задача Open Shop. Классическая и обобщенная постановка. Нормальные расписания. Разрешимость двухмашинной задачи, алгоритм Гонзалеза-Сани. NP-трудность задачи с тремя машинами.
15. Двухстадийная задача Open Shop. Полиномиально разрешимые подслучаи трехмашинной задачи. NP-трудность четырехмашинной задачи. Открытые вопрос.

16. Плотные расписания и их свойства. Жадные алгоритмы. Приближенные решения задачи Open Shop с оценкой точности 2. Гипотеза Чена-Струсевича.
17. Теорема о локализации оптимумов трехмашинной задачи. Гипотеза о локализации оптимумов задачи с произвольным числом машин.
18. Задача Open Shop с разрешением прерываний. Алгоритм точного решения. Проблема минимизации числа прерываний. Оценка необходимого числа прерываний для трехмашинной задачи.
19. Аппроксимационная схема для решения задачи Open Shop
20. Полиномиально разрешимые подклассы задачи Open Shop в терминах неравномерной нагрузки машин. Нормальные подклассы и нормализующие векторы.
21. Задача Open Shop с маршрутизацией машин. NP-трудность задачи с двумя машинами и двухвершинной транспортной сети. Связь с задачей комивояжера. Алгоритм Кристофидеса-Сердюкова приближенного решения метрической задачи комивояжера.
22. Алгоритмы приближенного решения двухмашинной задачи. Алгоритм с оценкой точности 7/4. Улучшенный алгоритм с оценкой точности 13/8. Приближенный алгоритм для решения задачи при известном кратчайшем обходе графа.
23. Приближенные алгоритмы для m-машинной задачи Open Shop с маршрутизацией машин.
24. Задача Open Shop с маршрирутизацией машин и разрешением прерываний. Алгоритм точного решения для двухвершинной сети. NP-трудность для нефиксированного числа машин. Открытые вопросы.
25. Постановка задачи «с одной поездкой». Интервалы локализации оптимумов задач в различных постановках, связь между оптимумами задач. Открытые вопросы.
26. Заключительная лекция. Наиболее насущные открытые вопросы теории расписаний.

Теория графов
Автор: к.ф.-м.н., доц. А. Н. Глебов

Содержание курса:

1. Основные определения и обозначения, связанные с графами и орграфами (понятия графа, мультиграфа, псевдографа, орграфа, смежность и инцидентность вершин и ребер, степени вершин, лемма о рукопожатиях, подграфы (в том числе порожденные и остовные), дополнение графа, полные и пустые графы, k-дольные графы, r-регулярные графы, изоморфизм и автоморфизм графов, маршруты, цепи, пути и циклы, связные графы, компоненты связности, расстояние между вершинами, диаметр графа и т.д.).
2. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентности, их свойства. Связь между матрицей смежности и числом маршрутов заданной длины.
3. Двудольные графы. Критерий двудольности графа.
4. Леса и деревья. Теорема о характеризации деревьев. Корневые и остовные деревья.
5. Степенные последовательности графов, мультиграфов и псевдографов, их характеризации. Реализация графических последовательностей связными графами, лесами и деревьями.
6. Вершинная и реберная k-связность графов, числа вершинной и реберной связности, их свойства.
7. Точки сочленения, мосты и блоки графа. Теорема о характеризации вершинно двусвязных графов. Взаимное расположение двух блоков в графе. Граф блоков и точек сочленения, теорема о его строении.
8. Обходы графов. Гамильтоновы циклы и цепи. Простейшие необходимые условия гамильтоновости графа. Достаточные условия: теоремы Оре и Дирака. Задача коммивояжера.
9. Эйлеровы циклы и цепи. Критерий эйлеровости графа. Алгоритм Флери.
10. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Разрезы, остаточные сети и дополняющие пути. Теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе.
11. Наборы непересекающихся цепей, соединяющих два подмножества вершин графа (орграфа). Вершинная и реберная теоремы Менгера (ориентированный и неориентированный варианты).
12. Критерии вершинной и реберной k-связности графов (теоремы Уитни).
13. Независимые множества вершин и ребер графа, паросочетания. Вершинные и реберные покрытия, доминирующие множества, r-факторы и r-факторизации. Числа независимости и покрытия, их свойства.Теорема Галлаи.

14. Паросочетания и чередующиеся цепи. Характеризация наибольших паросочетаний графа в терминах чередующихся дополняющих цепей.

15. Паросочетания, покрывающие долю двудольного графа. Связь с системами различных представителей. Теоремы Холла, их следствия (1-факторизуемость регулярного двудольного графа, критерий существования паросочетания заданной мощности в двудольном графе).

16. Теоремы Кенига о числе реберной независимости двудольного графа и о (0,1)-матрицах. Связь между задачами о наибольшем паросочетании, о наименьшем вершинном покрытии двудольного графа и о максимальном потоке.

17. Критерий Татта существования 1-фактора в произвольном графе.

18. Теоремы Петерсена о разбиении кубического графа на 1-фактор и 2-фактор и о 2-факторизуемости регулярных графов четной степени.

19. Раскраски вершин графов, k-раскрашиваемые, k-хроматические и критические графы. Хроматическое числа графа, его простейшие верхние и нижние оценки. Раскраска k-вырожденных графов. Теорема Брукса.

20. Раскраски ребер графов и мультиграфов. Понятие хроматического индекса. Теоремы Визинга и Шэннона, неулучшаемость их оценок. Хроматический индекс двудольного графа.

21. Предписанные раскраски вершин и ребер графов. Связь между обычными и предписанными раскрасками. Оценка предписанного хроматического числа через число вырожденности графа. Предписанный хроматический индекс двудольного графа. Гипотеза о предписанном хроматическом индексе.

22. Плоские и планарные графы. Грани плоского графа, ранг грани в связном графе. Графы выпуклых многогранников.

23. Формула Эйлера и ее следствия. Верхние оценки числа ребер планарных графов. Максимальные планарные графы, плоские триангуляции и четыреангуляции.

24. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.

Комбинаторные задачи на графах Кэли
Автор: к.т.н., доц. Константинова Е.В.

Целями освоения дисциплины «Комбинаторные задачи на графах Кэли» являются:
1) знакомство слушателей с основными теоретическими и алгоритмическими методами и подходами при решении комбинаторных задач на графах Кэли;
2) выработка навыков анализа прикладных задач, возникающих в смежных областях знаний (в первую очередь, в компьютерных науках, молекулярной биологии и биоинформатике), а также навыков их формулирования на языке графов Кэли;
3) выработка умения исследовать поставленные задачи, эффективно используя полученные знания теории графов Кэли, а также выработка умения формулировать результаты исследо-ваний в виде конкретных рекомендаций в терминах, используемых в предметной области.

Для достижения этих целей в рамках курса проводится знакомство студентов как с классически-ми задачами теории графов Кэли (гамильтоновость, определение диаметра, классификация, изоморфизм, перечисление), так и с прикладными задачами (сортировка реверсалами, эффективное восстановление вершин). Освоив дисциплину, обучающийся приобретает навыки построения и исследования математических моделей при решении междисциплинарных задач, а также теоретические и практические знания в области теории графов Кэли.

<u>Содержание курса:</u>

1. Историческое введение. Основы теории графов Кэли. Группы и графы: понятия, определения, примеры.
2. Основные свойства графов Кэли. Графы Хэмминга, Джонсона, Кнесера.
3. Гамильтоновость графов Кэли. Гипотезы Ловаса и Бабаи.
4. Определение диаметра графов Кэли (абелевы, неабелевы группы). Открытые проблемы.
5. Сортировка реверсалами – прикладная задача.
6. Эффективное восстановление вершин в графе: задача теории кодирования.
7. Графы Кэли и сети. Классические задачи на графах Кэли и сетях.

Теория статистических решений
Автор6 д.т.н., доц. Бериков В.Б.

Курс «Теория статистических решений» является оригинальным в данной области знаний (теоретическая кибернетика, искусственный интеллект). Актуальность данной дисциплины определяется тем, что научная деятельность любого математика в естественнонаучных областях связана с обработкой экспериментальных данных (наблюдений) и принятием на основе результатов анализа оптимальных решений. А для этого необходимо знание фундаментальных теоретических и практических основ указанной дисциплины.

В результате изучения курса у студентов механико-математического факультета должно сформироваться представление об основных понятиях теории статистических решений. Студенты познакомятся с современными компьютерными методами анализа статистических данных, реализованными в различных статистических пакетах. Курс даст основные практические навыки решения задач, встречающихся в различных областях прикладных исследований, связанных с анализом данных.

<u>Содержание курса:</u>

1. Введение. Основные понятия. Задачи анализа данных. Задача распознавания образов.
2. Дискриминантная (решающая) функция. Риск, вероятность ошибки. Оптимальная (байесовская) решающая функция.
3. Оценивание распределений по выборке.
4. Решающая функция при многомерных нормальных распределениях (равные матрицы ковариаций). Случай двух образов.
5. Решающая функция при многомерных нормальных распределениях (произвольные матрицы ковариаций). Случай двух образов.
6. Построение решающих функций в пространстве бинарных, номинальных переменных. Наивный байесовский классификатор.
7. Разложение в ряд Бахадура.
8. Восстановление смеси распределений. EM-алгоритм и его модификации. Смесь нормальных распределений.
9. Непараметрический подход к построению решающих функций. Непараметрическая оценка многомерных плотностей.
10. Окно Парзена. Метод ближайших соседей.
11. Оценивание качества решающих функций. Скользящий экзамен. Проблема переобучения. Оценки Вапника-Червоненкиса.
12. Оценивание качества решающих функций с использованием модели нормального распределения.
13. Байесовский подход к оцениванию качества решающих функций (дискретный случай).
14. Анализ оперативных ROC-кривых.

15. Классификация с помощью линейных функций. Линейный дискриминант Фишера.
16. Метод опорных векторов.
17. Основы нейросетевого подхода в распознавании образов.
18. Методы распознавания образов, основанные на нахождении логических закономерностей. Критерии закономерностей.
19. Алгоритмы «Кора», «Темп», «Коралл» поиска закономерностей в таблицах данных.
20. Алгоритмы распознавания, основанные на вычислении оценок.
21. Класс логических решающих функций (ЛРФ) от разнотипных переменных.
22. Деревья решений. Критерии качества деревьев решений.
23. Методы построения деревьев решений. Алгоритмы ID3, C4.5. Редуцирование деревьев решений. Алгоритм CART. Рекурсивный алгоритм построения дерева.
24. Построение коллективного решающего правила. Алгоритмы бустинга деревьев решений.
25. Случайный лес решений, его характеристики.
26. Байесовская модель распознавания по конечному множеству событий и ее применение для оценивания качества деревьев решений.
27. Задача регрессионного анализа. Основные модели регрессии. Оценивание параметров регрессионной модели.
28. Проблемы мультиколлинеарности, гетероскедастичности и автокоррелированности в регрессионном анализе.
29. Построение деревьев регрессии. Коллектив деревьев регрессии.
30. Основные модели анализа временных рядов. Методы анализа многомерных разнотипных временных рядов с использованием логических решающих функций.
31. Кластерный анализ. Основные алгоритмы кластерного анализа: к-средних, иерархические алгоритмы, алгоритм кратчайшего незамкнутого пути.
32. Критерии качества кластерного анализа.
33. Таксономические решающие деревья в кластерном анализе.
34. Коллективный подход в кластерном анализе.